ثانيا الهندسة

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسي الثانى

٢٠١٩

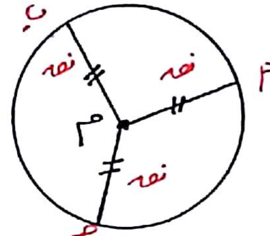
هدية مجانية

إعداد أ/ محمد أدهم

ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الأول : تعاريف ومفاهيم أساسية

الوحدة الأولى



١) الدائرة

مجموعة نقط المستوى التى تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة ثابتة فى المستوى

يسمى البعد الثابت طول نصف القطر (نق)

وتسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة

---

٢) سطح الدائرة

المنحنى + النقط اللى جوه

---

٣) نصف القطر (نق)

هو القطعة المستقيمة الواصلة من المركز لأى نقطة على الدائرة.

---

٤) الوتر

هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أى نقطتين على الدائرة

---

٥) القطر

هو الوتر المار بمركز الدائرة

أكمل

أكبر أوتار الدائرة طولاً هو القطر



١) عدد أنصاف الأقطار فى الدائرة عدد لانهائى وجميعها متساوية فى الطول.

٢) عدد الأقطار فى الدائرة عدد لانهائى وجميعها متساوية فى الطول.

٣) تتطابق الدائرتان إذا تساوى طولا نصفى قطريهما نق١ = نق٢

٤) محيط الدائرة = ٢ ط نق
= ط × طول القطر

٥) مساحة الدائرة = ط نق٢

٦) أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها.

٧) عدد محاور تماثل الدائرة عدد لانهائى

٨) عدد محاور تماثل نصف / ربع / ثلث ← واحد

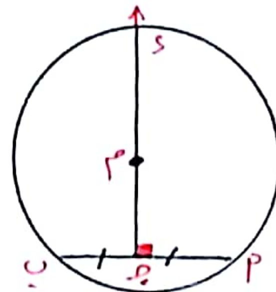
نتائج هامة

مستقيم مار بالمركز	ينصف وتر	عمودى على الوتر
✓	✓	①
✓	②	✓
③	✓	✓

[١] المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها فإنه يكون عمودياً على هذا الوتر

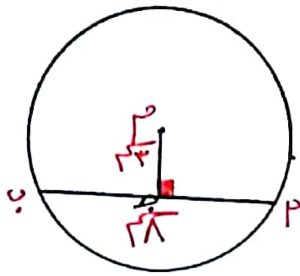
[٢] المستقيم المار بالمركز عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف هذا الوتر.

[٣] المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة.



هستخدم النتائج دى فى معظم الدروس. خليك فاكرها

مثال [١]



اوجد طول نصف قطر الدائرة دى

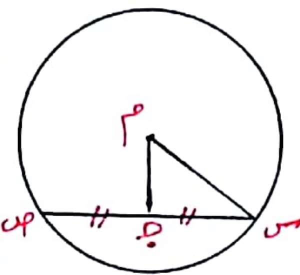
الحل

∵ $\overline{مجـ} \perp \overline{أب}$

∴ $أجـ = \frac{1}{2} أب = ٤ سم$

∴ $نق = م أ = \sqrt{(٤)^2 + (٣)^2} = ٥ سم$

مثال (٢)



إذا كان ق(∠س) = ٤٠°

فأوجد ق(∠س م جـ)

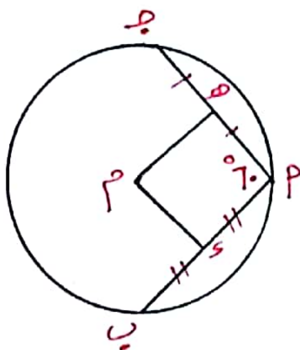
الحل

∵ $\overline{مجـ}$ ينصف $\overline{س ص}$

∴ $\overline{مجـ} \perp \overline{س ص}$

∴ $ق(\widehat{س م جـ}) = ١٨٠° - (٤٠° + ٩٠°) = ٥٠°$

مهم جداً جداً



[٣] أوجد ق(∠هـ م د)

الحل

∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أجـ}$ ∴ ق(∠أ هـ م) = ٩٠°

∵ د منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overline{م د} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠م د أ) = ٩٠°

∴ ق(∠هـ م ب) = ٣٦٠° − (٦٠° + ٩٠° + ٩٠°)

= ١٢٠°



① فى المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين

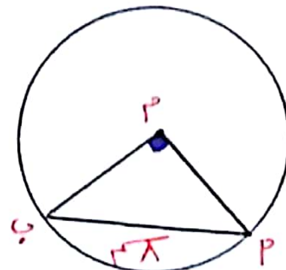
طول الوتر = طول الضلع × $\sqrt{2}$

طول الضلع = $\frac{\text{طول الوتر}}{\sqrt{2}}$

② فى المثلث الثلاثينى الستينى

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

طول الضلع المقابل للزاوية ٦٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × طول الوتر



أكمل

ق($\hat{ب}$) = ...

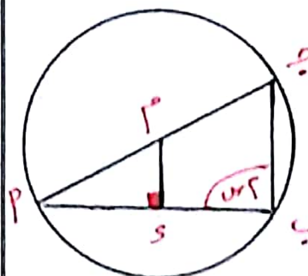
٤٥ زاوية

Δ م أ ب قائم الزاوية متساوى الساقين

حيث م أ = م ب = نق

نق = ...

ضلع فى مثلث قائم = $\frac{\text{الوتر}}{\sqrt{2}}$ = $\frac{8}{\sqrt{2}}$ = $4\sqrt{2}$ سم



أكمل

س = ٤٥°

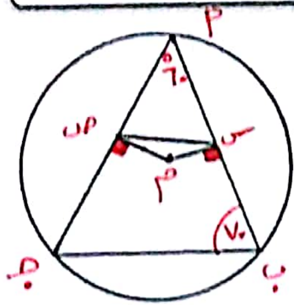
∵ م منتصف $\overline{أ جـ}$

، ء منتصف $\overline{أ ب}$

∴ م ء // ب جـ ∴ ق($\hat{ب}$) = ٩٠° بالتناظر

٢ س = ٩٠° ∴ س = ٤٥°

أشغال (٦)



أوجد قياسات زوايا المثلث م س ص

الحل

فى Δ أ ب جـ

ق($\hat{جـ}$) = ١٨٠ − [٦٠° + ٧٠°] = ٥٠°

، ∵ م س ⊥ $\overline{أ ب}$ ∴ س منتصف $\overline{أ ب}$

، ∵ م ص ⊥ $\overline{أ جـ}$ ∴ ص منتصف $\overline{أ جـ}$

∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ ق($\hat{أ س ص}$) = ٧٠° بالتناظر

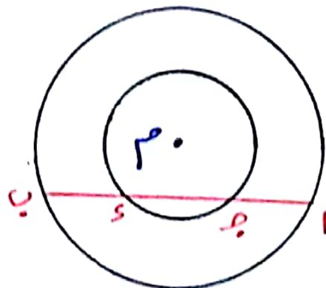
ونحطها ق($\hat{ص س م}$) = ٩٠ − ٧٠ = ٢٠

، ق($\hat{أ ص س}$) = ٥٠° بالتبادل

ونحطها ق($\hat{س ص م}$) = ٤٠

∴ ق($\hat{س م ص}$) = ١٨٠ − (٤٠ + ٢٠) = ١٢٠

أشغال (٧)



فى الشكل د، دائرتان متحدتا المركز

اثبت أن أ جـ = ب ء

الحل

المعطيات :

المطلوب :

العمل : نرسم م هـ ⊥ $\overline{أ ب}$

البرهان

فى الدائرة الصغرى م هـ ⊥ جـ ء

∴ هـ جـ = هـ ء ← ①

في الدائرة الكبرى م هـ ⊥ $\overline{أب}$

∵ أهـ = هـ ب ← ②

بطرح ① من ②

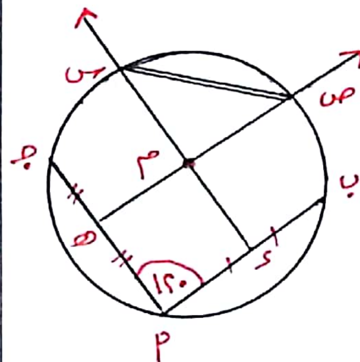
∴ أهـ - هـ جـ = هـ ب - هـ د

∴ أجـ = د ب #

مثال (٨)

اثبت أن

△ س ص م متساوي الأضلاع



الحل

∵ د منتصف $\overline{أب}$ ∴ م د ⊥ $\overline{أب}$

، ∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ م هـ ⊥ $\overline{أجـ}$

∴ ق(∠د م هـ) = ٣٦٠ - (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ص م س) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

، ∵ م ص = م س (أنصاف أقطار)

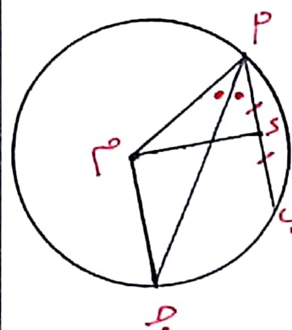
∴ △ ص م س متساوي الساقين إحدى زواياه ٦٠°

∴ △ م س ص متساوي الأضلاع #

مثال (٩)

اثبت أن

$\overline{دم}$ ⊥ $\overline{هـ م}$



الحل

∵ د منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أب}$

، ∵ م جـ = م أ (أنصاف أقطار)

∴ ق(∠جـ) = ق(∠م أ جـ) ← ①

، ∵ ق(∠د أ جـ) = ق(∠م أ جـ) ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠د أ جـ) = ق(∠جـ)

وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{م جـ}$

∴ ق(∠أ د م) = ق(∠د م جـ) = ٩٠°

∴ $\overline{دم}$ ⊥ $\overline{جـ م}$ #

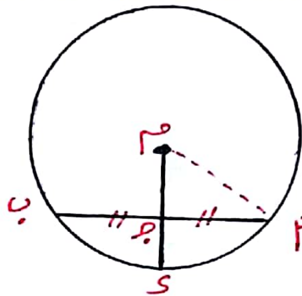
مثال (١٠)

في الشكل المقابل

دائرة طول نصف قطرها = ١٣ سم ، $\overline{مد}$ وترفيها

حيث أب = ٢٤ سم ، جـ منتصف $\overline{أب}$

أحسب طول $\overline{جـ د}$ ، ومساحة سطح △ أ د ب



الحل

العمل: نرسم $\overline{م أ}$

∵ جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ م جـ ⊥ أب ∴ ق(∠م جـ أ) = ٩٠°

في △ أ جـ م أجـ = ١٢ سم م أ = نق = ١٣ سم

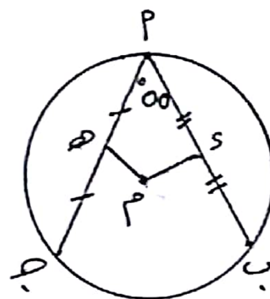
∴ م جـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٥ سم

∴ د جـ = ١٣ - ٥ = ٨ سم

∴ مساحة △ أ د ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم^٢

الواجب

(١) في الشكل ده



ق(∠ د م هـ) = ---

---

(٢) وتر طوله ٢٦ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ٣٠ سم فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة = ---- سم

---

(٣) المستقيم المار بمركز الدائرة هو ----

---

(٤) عدد محاور تماثل

الدائرة ----

نصف الدائرة ----

ربع الدائرة ----

---

(٥) إذا كانت مساحة سطح الدائرة = 25π سم² فإن طول نصف قطرها ---- سم

ومحيطها = ---- سم

---

(٦) المستقيم المار بمركز الدائرة ومنتصف وتر فيها يكون ----

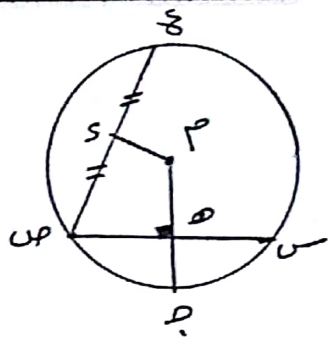
---

(٧) العمود المرسوم من مركز الدائرة لمنتصف وتر ----

---

(٨) س ص، ص ع وتران في دائرة

نق = ٥ سم



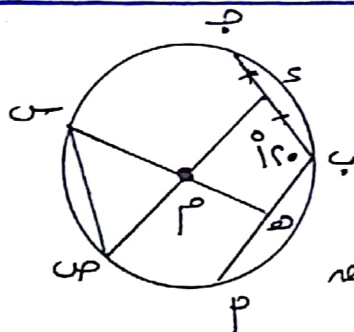
، س ص = ٨ سم ق(∠ د ص هـ) = ٥٦°

أوجد (أ) ق(∠ د م هـ)

(ب) ق(∠ م ص هـ)

---

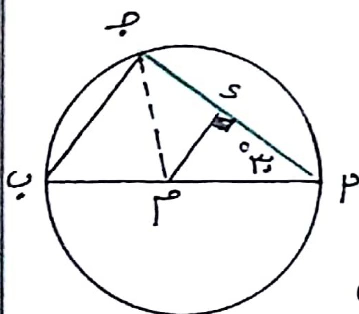
(٩)



اثبت أن س ص = نق

---

(١٠)



اثبت أن

(أ) م د // ب جـ

(ب) Δ م ب جـ متساوي الأضلاع

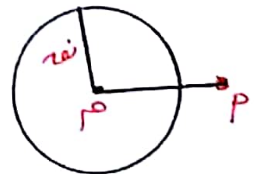
مقوله أعجبتني :

إجعل من يراك يدعو لمن رباك

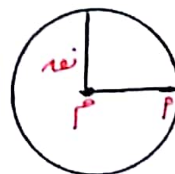
الوحدة الأولى

الدرس الثانى : أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

أولاً وضع نقطة بالنسبة لدائرة



أم > نق
خارج الدائرة



أم = نق
على الدائرة



أم < نق
داخل الدائرة

مثال (١) دائرة م نق = ٥ سم
حدد موضع النقط دى

أم = ٧ سم ← خارج الدائرة
أم = ٥ سم ← على الدائرة
أم = ٣ سم ← داخل الدائرة
أم = ٠ سم ← فى مركز الدائرة

مثال (٢) إذا كانت الدائرة م طول قطرها = ١٠ سم ، أم = ٨س - ٢٧
أوجد قيم س فى الحالات التالية

أ) عندما أ تقع خارج الدائرة . (نق = ٥ سم)

أم > نق
٨س - ٢٧ > ٥
٨س > ٥ + ٢٧
٨س > ٣٢
س > ٤ ∴ س ∈]٤ ، ∞[

ب) أ تقع على الدائرة .

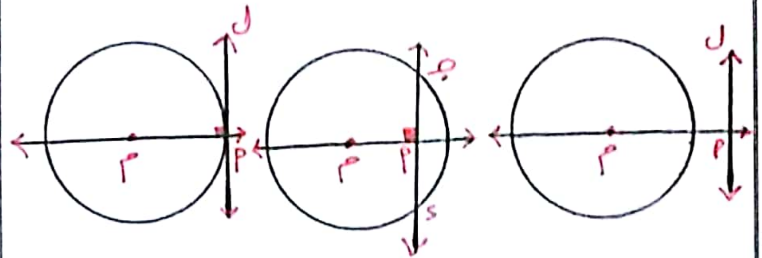
أم = نق
٨س - ٢٧ = ٥
٨س = ٥ + ٢٧
٨س = ٣٢ ∴ س = ٤

جـ) أ تقع داخل الدائرة

٠ ≤ أم < نق
٠ ≤ ٨س - ٢٧ < ٥ (+٢٧)
٢٧ ≤ ٨س < ٥ + ٢٧
٢٧ ≤ ٨س < ٣٢ ÷٨
٢٧/٨ ≤ س < ٣٢/٨
٢٧/٨ ≤ س < ٤
∴ س ∈ [٢٧/٨ ، ٤[

لا تيأس إذا رجعت خطوة للوراء فلا تنس أن السهم يحتاج أن ترجعه للوراء لينطلق بقوة إلى الأمام

ثانياً: وضع مستقيم بالنسبة للدائرة



خارج الدائرة — قاطع للدائرة — مماس للدائرة

ل ∩ الدائرة = ϕ — ل ∩ الدائرة = {هـ، و} — ل ∩ الدائرة = {أ}

ل ∩ سطح الدائرة = ϕ — ل ∩ سطح الدائرة = هـو — ل ∩ سطح الدائرة = {أ}



المستقيم القاطع للدائرة يقطع الدائرة فى نقطتين ويقطع سطح الدائرة فى قطعة مستقيمة

أكمل

إذا كان ل ∩ الدائرة فى {س، ص}

فإن ل ∩ سطح الدائرة فى $\overline{سص}$

إذا كان

المستقيم خارج الدائرة: م أ > نق

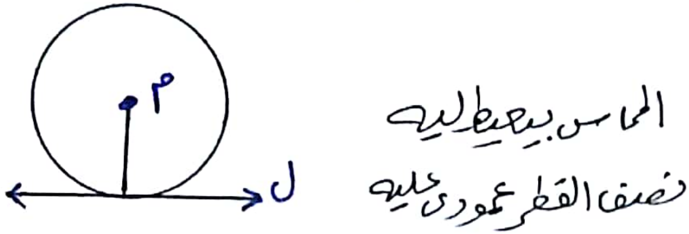
قاطع للدائرة: م أ < نق

مماس للدائرة: م أ = نق

محور تماثل: م أ = صفر

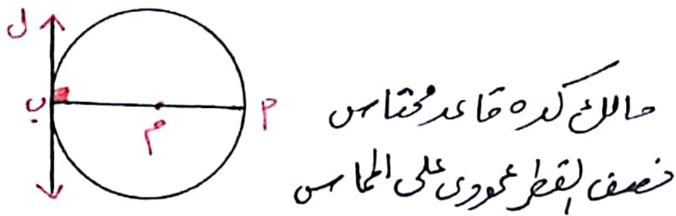
حقائق هامة خالص

(١) المماس للدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس



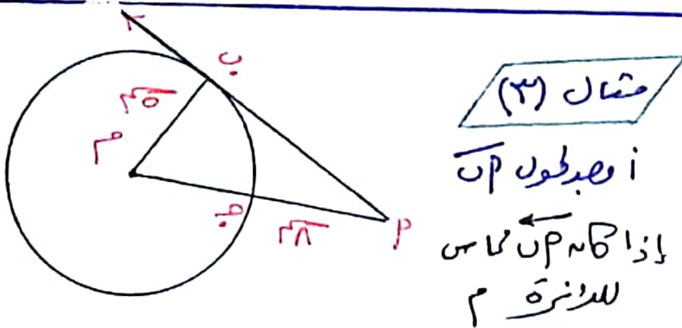
المماس بيحب طليه نصف القطر عمودي عليه

(٢) المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماساً للدائرة.



طالما كده قائم يبقى مماس نصف القطر عمودي على المماس

مثال (٣)



أوجد طول $\overline{أب}$

إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة ∴ $\overline{مب} \perp \overline{أب}$

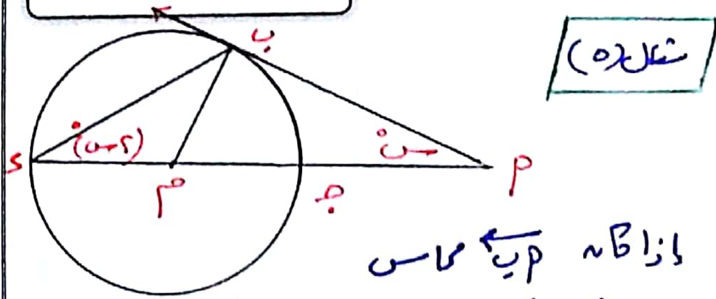
∴ ق(∠أبم) = ٩٠°

∵ م ب = ٥ سم ، ∴ م جـ = ٥ سم

∴ أ م = ١٣ سم

ومنها يكون أ ب = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢} = ١٢$ سم

مثال (٤)



فى الشكل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند أ .

أوجد طول $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند أ

∴ ق(∠م أ ب) = ٩٠°

∵ $\overline{أم}$ ضلع مقابل لزاوية ٣٠°

∴ أ م = $\frac{1}{2}$ م ب

∴ م ب = ١٦ سم

∴ أ ب = $\sqrt{(١٦)^2 - (٨)^2}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم

∵ $\overline{أجـ}$ ⊥ $\overline{م ب}$ عمود ساقط من رأس القائمة [اقليدس]

أ م × أ ب = أ جـ × م ب

٨ × ٨ $\sqrt{٣}$ = أ جـ × ١٦

∴ أ جـ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

تذكر أقليدس

(أ ب)^2 = ب ء × ب جـ

(أ جـ)^2 = جـ ء × جـ ب

(أ ء)^2 = ء ب × ء جـ

أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ

مثال (٥)

إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ مماس

فأوجد قيمة س

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند ب

∴ ق(∠م ب أ) = ٩٠°

فى △ ب م ء ∵ ب م = م ء (أنصاف أقطار)

∴ ق(∠م ب ء) = ق(∠ء) = ٢ س°

∴ مجموع زوايا △ أ ء ب = س + ٩٠ + ٢س + ٢س

∴ ٥ س + ٩٠ = ١٨٠

∴ ٥ س = ١٨٠ − ٩٠

٥ س = ٩٠ ∴ س = ١٨°

مثال (٦) أختر

(١) إذا كانت أ تقع على الدائرة م التى طول قطرها ٦ سم فإن أ م = ... سم

(٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

(٢) المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥ سم يكون على بعد ..... من مركزها

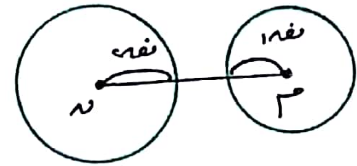
(٥ ، ١٠ ، ٠ ، ٣)

(٣) إذا كانت م ∩ ن = {أ ، ب} فإن م ، ن .....

(متباعدتان ، متقاطعتان ، متحدتا المركز ، متماستان)

ثالثاً: وضع دائرة بالنسبة لدائرة

① متباعدتان

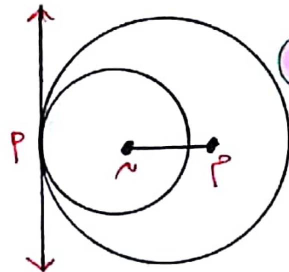


م ن > نق١ + نق٢

الدائرة م ∩ الدائرة ن = Ø

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = Ø

④ متماستان من الداخل

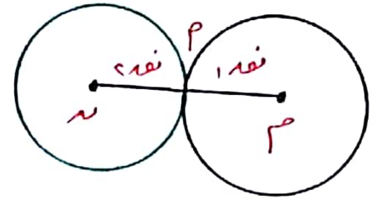


م ن = نق١ − نق٢

الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ}

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

② متماستان من الخارج

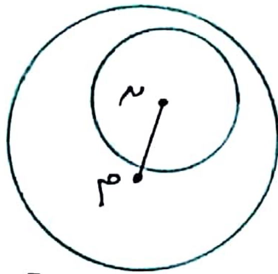


م ن = نق١ + نق٢

الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ}

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ}

⑤ متداخلتان

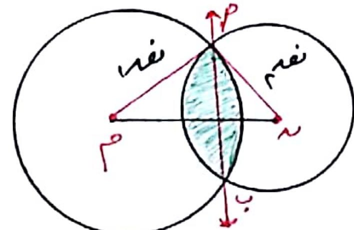


م ن < نق١ − نق٢

الدائرة م ∩ الدائرة ن = Ø

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

③ متقاطعتان



نق١ − نق٢ < م ن < نق١ + نق٢

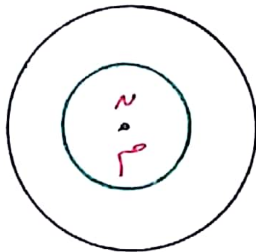
الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = المنطقة المظللة

خط المركزين عمودي على الوتر المشترك من منتصفه (محور تماثل له)

∴ م ن ↔ محور تماثل أب

⑥ متحدتا المركز



م ن = صفر

الدائرة م ∩ الدائرة ن = Ø

سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

عدد المماسات المشتركة

- متباعدتان (٤)
- متماستان من الخارج (٣)
- متماستان من الداخل (١)
- متقاطعتان (٢)
- متحدتا المركز ومتداخلتان (٠)

ملاحظات عنب

أكمل

① إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

فإن الدائرتان متقاطعتان

أو فإن $\overleftrightarrow{مـن}$ محور تماثل أب

② إذا كانت م ∩ ن = Ø

وسطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = Ø

فإن الدائرتان متباعدتان

③ إذا كانت م ∩ ن = {أ}

وسطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ}

∴ الدائرتان متماستان من الخارج

④ إذا كانت م ∩ ن = {أ}

وسطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

فإن الدائرتان تماستان من الداخل

⑤ إذا كانت م ∩ ن = Ø

وسطح م ∩ سطح ن = سطح الدائرة ن

فإن الدائرتان متحدتا المركز أو متداخلتان

الاستاذ محمد أدهم بيقولك كلشان تحدد موضع دائرتان أعمل ده

نق١ − نق٢ ، نق١ + نق٢

متداخلتان | متقاطعتان | متباعدتان ∞

متحدتا المركز ، متماستان من الداخل ، متماستان من الخارج

مثال (١)

م ، ن دائرتان نق١ = ٩ سم ، نق٢ = ٤ سم

اذكر وضع كل منهما بالنسبة للأخرى في الحالات دي

① م ن = ١٣ سم ② م ن = ٥ سم

③ م ن = ٣ سم ④ م ن = ٠

⑤ م ن = ١٠ سم ⑥ م ن = ١٥ سم

الحل

٩ + ٤ = ١٣

٩ − ٤ = ٥

نق١ − نق٢ ، نق١ + نق٢

متداخلتان | متقاطعتان | متباعدتان ∞

متحدتا المركز ، ٥ سم متماستان من الداخل ، ١٣ سم متماستان من الخارج

① م ن = ١٣ سم متماستان من الخارج

② م ن = ٥ سم متماستان من الداخل

③ م ن = ٣ سم متداخلتان

④ م ن = ٠ متحدتا المركز

⑤ م ن = ١٠ سم متقاطعتان

⑥ م ن = ١٥ سم متباعدتان

نتائج هامة جداً

(١) خط المركزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة التماس ويكون عمودياً على المماس المشترك.

$\overleftrightarrow{مـن} \perp ل$

(٢) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه (محور تماثل له)

$مـس = س ب$ ، $\overleftrightarrow{مـن}$ محور تماثل $\overline{أب}$

مثال (٢)

أوجد ق($\hat{هـ م ب}$)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{مـن}$ خط المركزين ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك

∴ $\overleftrightarrow{مـن} \perp \overleftrightarrow{أب}$

∴ ق($\hat{أ ب م}$) $= ٩٠^\circ$

∵ جـ منتصف $\overline{ده}$

∴ $\overline{مجـ} \perp \overline{ده}$ ∴ ق($\hat{م جـ د}$) $= ٩٠^\circ$

∴ ق($\hat{هـ م ب}$) $= ٣٦٠^\circ - [٩٠^\circ + ٩٠^\circ + ٦٠^\circ]$

$= ١٢٠^\circ$

مثال (٣)

أوجد طول $\overline{بجـ}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس مشترك للدائرتين

∴ $\overline{نب} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$ ، $\overline{مجـ} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

∴ الشكل ن ب جـ هـ مستطيل

∴ هـ جـ = ن ب = ٥ سم

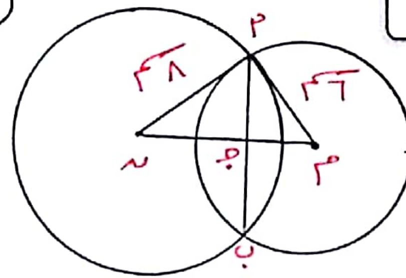
∴ م هـ = ٨ − ٥ = ٣ سم

من = نق$_1$ + نق$_2$ = ٥ + ٨ = ١٣ سم

فى △ ن هـ م ∴ ن هـ = $\sqrt{(١٣)^2 - (٣)^2} = \sqrt{١٦٠}$ سم

∴ ب جـ = $\sqrt{١٦٠}$ سم

مثال (٤)



فى الشكل م، ن

م أ = ٦ سم ، أ ن = ٨ سم ، م ن = ١٠ سم

فأوجد طول $\overline{أب}$

الحل

$(م ن)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠$

$(م أ)^2 + (أ ن)^2 = (٦)^2 + (٨)^2 = ١٠٠$

$\therefore (م ن)^2 = (م أ)^2 + (أ ن)^2$

$\therefore$ ق$(\hat{أ}) = ٩٠^\circ$

$\because$ $\overline{م ن}$ خط المركزين

$\therefore$ $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$ وينصفه

ق إقليدس

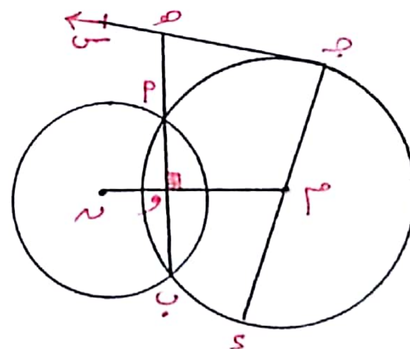
م أ × أ ن = أ جـ × م ن

٦ × ٨ = أ جـ × ١٠

$\therefore$ أ جـ $= \frac{٦ \times ٨}{١٠} = ٤,٨$ سم

$\therefore$ أ ب = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦ سم

مثال (٥)



فى الشكل

$\overleftrightarrow{ص س}$ مماس للدائرة م عند جـ

اثبت أن ق(∠د م ن) = ق(∠ص هـ ب)

الحل

$\because$ الدائرتان م، ن متقاطعتان فى {أ، ب}

$\therefore$ $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$

$\therefore$ ق(∠هـ و م) = ٩٠°

$\because$ $\overleftrightarrow{ص س}$ مماس للدائرة م عند جـ

$\therefore$ ق(∠م جـ ص) = ٩٠°

$\because$ مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

$\therefore$ ق(∠جـ هـ و) + ق(∠جـ م و) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠°)

= ١٨٠° ← (١)

$\because$ ق(∠د م ن) + ق(∠جـ م و) = ١٨٠°

على خط مستقيم واحد ← (٢)

من (١)، (٢)

$\therefore$ ق(∠د م ن) = ق(∠ص هـ ب) #

مدرس قال لتلاميذه :-

كل واحد يكتب موضوع تعبير حول مباراه في كره القدم

تلميذ كسول كتب :-

نظرا للأمطار الغزيره تأجلت المباراه



شوفوا عندنا حل لكل حاجه

كم انت عظيم ايها الطالب :D



الواجب

أكمل

(١) إذا كانت م ، ن متماستان من الداخل ، نق١ = ٣ سم ، م ن = ٨ سم
أوجد طول نصف قطر الأخرى - - -

(٢) إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٤ سم
م أ = (٢ س + ٣) سم حيث أ تقع على الدائرة فإن س = - - - -

(٣) إذا كان طول قطر دائرة ١٠ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم فإنه يكون - - - - -

(٤) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة - - - -

(٥) م ، ن دائرتين متماستين وطولا نصفي قطرهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∈ - - - - -

(٦) إذا كان م ∩ ن = {أ ، ب} فإن الدائرتان تكونان - - -

(٧) م دائرة محيطها ٤٤ سم ، أ ب قطر فيها ، ب جـ مماس للدائرة عند ب ، ق(∠جـ) = ٣٠°
أوجد طول ب جـ ($\pi = \frac{22}{7}$)

(٨) أثبت أن د جـ مماس للدائرة ن عند د.

(٩) أوجد محيط △ أ ب جـ

(١٠) م ، ن دائرتان متماستان في أ ، ب
م أ = ١٢ سم ، ن أ = ٩ سم
م ن = ١٥ سم أوجد طول أ ب.

الدرس الثالث : تعيين الدائرة

الوحدة الأولى

(١) لرسم دائرة يجب معرفة مركزها وطول نصف قطرها.

(٢) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر التي تمر بنقطة معلومة "م"

(٣) إذا كانت انصاف أقطار هذه الدوائر متساوية في الطول فإن مراكزها تقع على دائرة مطابقة لها ومركزها النقطة م.

رسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين

لاحظ الفرق بين

(م) كم دائرة تمر بنقطتين الإجابة عدد لا نهائي

(ب) ولكن ارسم دائرة تمر بنقطتين هنا هنحدد شوية حاجات

(١) إذا كان نق أكبر من نصف القطعة يبقى دائرتين ويقع مركزهم على محور تماثل القطعة

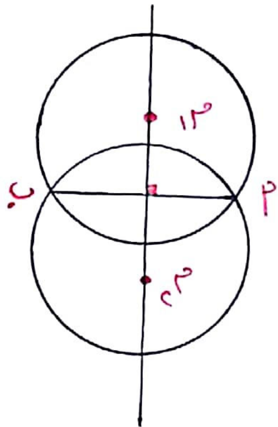
(٢) إذا كان نق = نصف القطعة يبقى دائرة واحدة وتكون القطعة هي قطر فيها

(٣) إذا كان نق < نصف القطعة لا يمكن رسم ولا دائرة تمر بيهم ولو مش مصدقني ارسمهم.

مثال (١) م ب طولها ٤ سم ارسم ولكن بين عدد الحلول.

م) دائرة طول قطرها ٦ سم

الحل



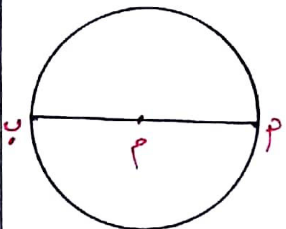
نق = ٣ سم

نق > $\frac{1}{2}$ م ب

يمكن رسم دائرتان

ب) دائرة طول نق = ٢ سم

الحل



نق = $\frac{1}{2}$ م ب

دائرة واحدة

ج) نق = ١,٥ سم

الحل

نق < $\frac{1}{2}$ م ب لا يمكن رسم أي دائرة تمر بـ م ، ب

ثالثاً رسم دائرة تمر بثلاث نقط معلومة

١) س
كم عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
الاجابة مفيش
كانه فيه وخلص

٢) س تانى
كم عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
الاجابة
دائرة واحدة بس وبتسلم عليك

٣) طيب اسمها أيه ؟
الدائرة الخارجة للمثلث

٤) طيب ودى مركزها أيه ؟
هو نقطة تقاطع محاور تماثل اضلاعه (الاعمدة المقامة على اضلاعه من منتصفها)

٥) معلش كمان سؤال
مركزها فين

فى المثلث الحاد ← داخل المثلث
فى المثلث المنفرج ← خارج المثلث
فى المثلث القائم ← فى منتصف الوتر

٦) كمان سؤال
فيه اشكال محترمة تمر برؤوسها دائرة ؟
الاجابة أكيد
المثلث - المربع - المستطيل
شبه المنحرف المتساوى الساقين .
واى مضلع منتظم

٧) طيب والاشكال ... الى لا تمر برؤوسها دائرة تعرفها ؟؟
طبعاً .
متوازى الاضلاع - المعين - شبه المنحرف
غير متساوى الساقين
كل دول لا يمر برؤوسها دائرة.

	الدائرة الخارجة للمثلث	الدائرة الداخلة للمثلث
وصفها	تمر برؤوس المثلث من الخارج طبعاً	تمس أضلاع المثلث من الداخل
مركزها	نقطة تقاطع محاور تماثل اضلاعه	نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة

حالة خاصة

مركز الدائرة الخارجة للمثلث المتساوى الأضلاع هو

نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاعه

أو نقطة تقاطع متوسطاته

أو نقطة تقاطع ارتفاعاته

أو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة

الكلام ده للمثلث المتساوى الأضلاع بس علشانه مش أى مثلث يستجيل ويعمل نفسه متساوى الأضلاع .

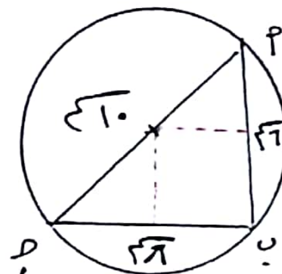
مثال (١) ارسم △ أ ب جـ الذى فيه

أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

أ جـ = ١٠ سم ثم ارسم الدائرة

المارة برؤوسه .

الحل



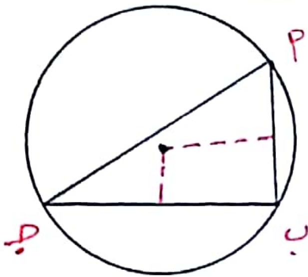
مثال (٢) ارسم △ س ص ع الذى فيه

س ص = ٥ سم ، ص ع = ٦ سم

س ع = ٧ سم ثم ارسم الدائرة

الخارجة عنه

الحل



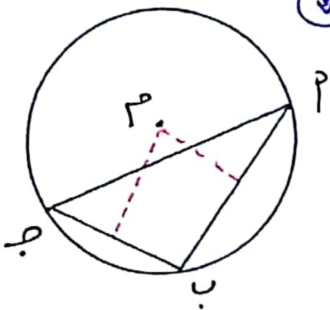
مثال (٣) ارسم △ أ ب جـ الذى فيه

أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٣ سم

أ جـ = ٨ سم ثم ارسم الدائرة

المارة برؤوسه .

الحل





أكمل

① عدد الدوائر التي يمكن رسمها

1. تمر بنقطة واحدة ....
2. تمر بنقطتين ....
3. تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة ....
4. تمر برؤوس مثلث ....

② $أب = ٦$ سم كم دائرة طول نصف قطرها

1. ٣ سم تمر بالنقطتين ....
2. طول نصف قطرها ٤ سم تمر بالنقطتين ....
3. طول نصف قطرها ٢ سم تمر بالنقطتين ....

③ $س ص = ١٠$ سم كم دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين ....

④ $د \in أب$ عدد الدوائر المارة بـ أ ، ب ، جـ ....

⑤ مركز الدائرة

1. الداخلة للمثلث ....
2. الخارجة للمثلث ....
3. المار برؤوس المثلث الحاد ....
4. " " القائم ....
5. " " المنفرج ....

⑥ ارسم أب طولها ٦ سم ثم ارسم دائرة مارة بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٤ سم

⑦ ارسم △ س ص ع فيه
$س ص = ٦$ سم ، $ص ع = ٤$ سم
$س ع = ٥$ سم
ثم ارسم الدائرة المارة برؤوسه

⑧ ارسم △ أ ب جـ فيه
$أب = ٣$ سم $ب جـ = ٤$ سم $أجـ = ٦$ سم
ثم ارسم الدائرة المارة برؤوسه.

⑨ ارسم △ أ ب جـ فيه
$أب = ٣$ سم ، $ب جـ = ٤$ سم $أجـ = ٥$ سم
ثم ارسم الدائرة المارة برؤوسه.

لما حد يقولي

"اسألك سؤال بس تجاوب بصراحه"

السؤال ده اصلاً



بيخليني أفكر في الكدبه

قبل ما يقول السؤال :D

الدرس الرابع : علاقة أوتار الدائرة بمركزها

الوحدة الأولى

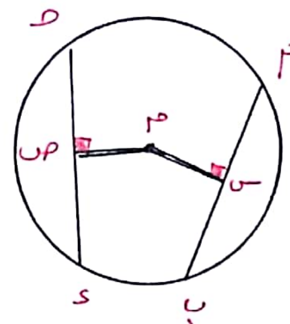
نظرية

الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على أبعاد متساوية من مركزها

يعنى ياشباب
إذا الوتر يساوى الوتر
يبقى البعد يساوى البعد
والعكس صحيح
خلصانة بشياكة

تنبيه

الأوتار المتساوية الطول فى الدوائر المتطابقة تكون على أبعاد متساوية من المركز.

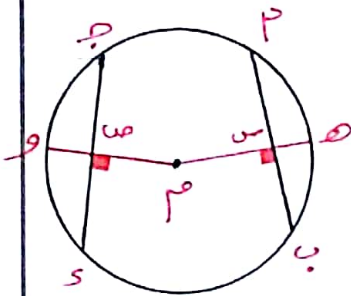


إذا كان أب = ﻫد فإن م س = م ص

ملحوظة

كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة كلما زاد طوله
وذلك أكبر أوتار الدائرة طولاً هو القطر.

مثال (١)



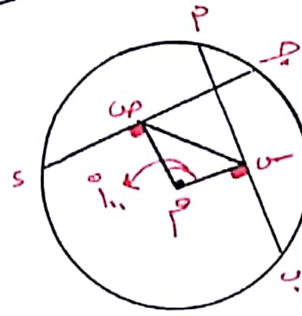
إذا كان
أب = ﺟد
أثبت أن
ﻫس = ص و

الحل

∵ أب = ﺟد (الأوتار متساوية)
، ∵ م س ⊥ أب ، م ص ⊥ ﺟد
∴ م س = م ص (الأبعاد متساوية) ← ①
∵ م ﻫ = م و (أنصاف أقطار) ← ②
من ① ، ② بالطرح
∴ م ﻫ − م س = م و − م ص
∴ ﻫس = ص و #.

مثال (٢)

إذا كان
م ب = هـ ء



فأوجد ق (م ŝ ص)

الحل

∵ أ ب = جـ ء

، ∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ جـ ء

∴ م س = م ص

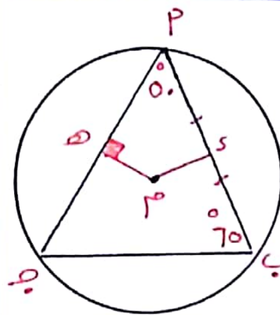
∴ Δ م س ص متساوي الساقين

∴ ق (م س ص) = $\frac{١٨٠ - ١٠٠}{٢}$ = $\frac{٨٠}{٢}$

= ٤٠°

مثال (٣)

في الشكل المقابل



اثبت أن م ء = م هـ

الحل

∵ ء منتصف أ ب

∴ م ء ⊥ أ ب

في Δ أ ب جـ

∵ ق (جـ) = ١٨٠ - (٥٠° + ٦٥°) = ٦٥°

∴ أ ب = أ جـ

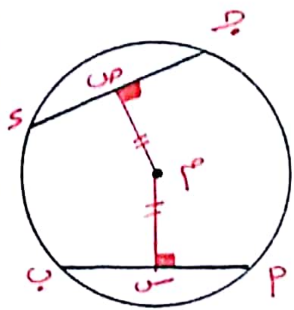
، ∵ م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ جـ

∴ م ء = م هـ #

عكس النظرية

في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة)
إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية
من المركز فإنها تكون متساوية في الطول.

مثال (٤)



م س = م ص

، ص ء = ٥ سم

أوجد طول أ ب

الحل

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ جـ ء

، ∵ م س = م ص

∴ أ ب = جـ ء ← (١)

∵ م ص ⊥ جـ ء

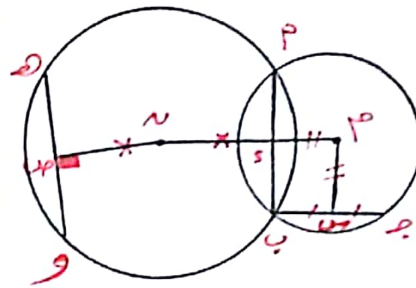
∴ ص ء = ص جـ = ٥ سم

∴ جـ ء = ١٠ سم ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ أ ب = ١٠ سم

إذا كانت الأبعاد متساوية
فإن الأوتار متساوية

مثال (٥)



ن ء = ن ص
، ء م = م س

اثبت أن ب جـ = هـ و

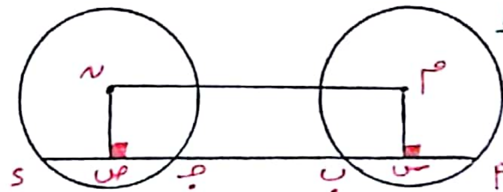
الحل

∵ م ن ⊥ أ ب
∴ م ء ⊥ أ ب خط المركزين عمودي على الوتر المشترك

فى الدائرة م
∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ
، ∵ م س = م ء ∴ ب جـ = أ ب ← (١)

فى الدائرة ن
∵ ن ء ⊥ أ ب ، ن ص ⊥ هـ و
، ن ء = ن ص
∴ هـ و = أ ب ← (٢)
من (١) ، (٢)
∴ ب جـ = هـ و #

مثال (٦)



م ، ن دائرتان متطابقتان
، أ ب = جـ ء أثبت أن الشكل
م س ص ن مستطيل

الحل

∵ م ، ن دائرتان متطابقتان
، ∵ أ ب = جـ ء
، م س ⊥ أ ب ، ن ص ⊥ جـ ء
∴ م س = ن ص

∴ الشكل م س ص ن
فيه ضلعان متساويان فى الطول ومتوازيان
وإحدى زواياه قائمة
∴ الشكل م س ص ن مستطيل



الواجب

أكمل

(١) م س = م ص

أ ب = ٨ سم

فإن أ جـ = ... سم

أ ص = ... سم

(٢) إذا كان

أ ب = جـ ء

فإن م س = ...

، ل س = ...

(٣) دائرتان متحدتا المركز م ، أ ب ، جـ ء وتران في الدائرة الكبرى يمسان الدائرة الصغرى في س ، ص

اثبت أن أ ب = أ جـ

(٤) اثبت أن

(أ) أ ب = جـ ء

(ب) أ و = جـ هـ

(٥) أ ب = أ جـ

أوجد

(أ) ق(∠ ء م هـ)

(ب) اثبت أن س ء = ص هـ

(٦) أ ب = أ جـ

ق(∠ م س ص) = ٣٠°

اثبت أن

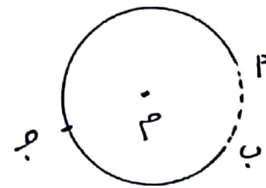
(أ) △ م س ص متساوي الساقين.

(ب) △ أ س ص متساوي الأضلاع.

(٧) اثبت أن هـ ء = س ص

الدرس الأول : الزاوية المركزية وقياس الأقواس

الوحدة الثانية

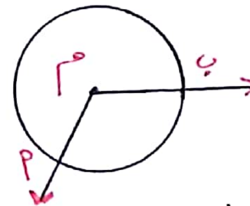


أب القوس أب المقصود دائماً هو القوس الأصغر

ما لم يذكر خلاف ذلك

أ جـ ب وهو واضح تماماً انه الأكبر

الزاوية المركزية



هي الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وكل ضلع من ضلعيها نصف قطر فيها .

قياس القوس = قياس الزاوية المركزية المقابلة له

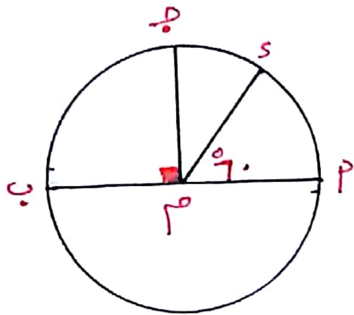
قياس الدائرة = ٣٦٠°

قياس نصف الدائرة = ١٨٠°

قياس ربع الدائرة = ٩٠°

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ٣٦٠°

مثال (١)



أب قطر في الدائرة م

أكمل

ق (أد) = ٦٠° تقابل زاوية مركزية ٦٠

ق (دجـ) = ٣٠°

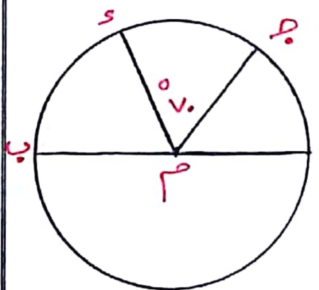
ق (أجـ) = ٦٠° + ٣٠° = ٩٠°

ق (أب) = ١٨٠° نصف دائرة

ق (دب) = ٣٠° + ٩٠° = ١٢٠°

ق (أجـ) الأكبر = ١٨٠° + ٩٠° = ٢٧٠°

مثال (٢)



أب قطر في الدائرة م

ق (∠جـ م د) = ٧٠°

ق (أجـ) : ق (دب) = ٥ : ٦

أوجد ق (أجـ د)

الحل

نفرض أن ق (أجـ) = ٥ س ، ق (دب) = ٦ س

∵ ق (أجـ) + ق (دب) = ١٨٠ − ٧٠ = ١١٠°

∴ ٥ س + ٦ س = ١١٠

١١ س = ١١٠ ∴ س = ١٠

∴ ق (∠أجـ) = ٥٠° ∴ ق (أجـ د) = ٥٠° + ٧٠° = ١٢٠°

قياس القوس = النسبة × ٣٦٠°

مثلاً

قياس نصف دائرة = $\frac{1}{2}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

قياس $\frac{2}{3}$ دائرة = $\frac{2}{3}$ × ٣٦٠° = ٢٤٠°

قياس $\frac{3}{4}$ دائرة = $\frac{3}{4}$ × ٣٦٠° = ٢٧٠°

محيط الدائرة = ٢ π نق

طول القوس

فيه طريقتين

* الأولى = النسبة × محيط الدائرة

مثلاً طول ربع دائرة = $\frac{1}{4}$ × ٢ π نق

= $\frac{1}{2}$ π نق

طول ثلث دائرة = $\frac{1}{3}$ × ٢ π نق

= $\frac{2}{3}$ π نق

وهكذا

---

* الثانية

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$$

---

(١) أوجد قياس القوس الذى طوله ٨٨ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٣٥ سم. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$$

$$\frac{88}{2 \times \frac{22}{7} \times 35} = \frac{\text{قياس القوس}}{360}$$

∴ قياس القوس = $\frac{88 \times 360}{2 \times \frac{22}{7} \times 35}$ = ١٤٤°

---

(٢) أوجد محيط الدائرة التى طول قوس فيها ١٦ سم وقياسه ١٤٤°

الحل

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$$

$$\frac{16}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{144}{360}$$

∴ محيط الدائرة = $\frac{16 \times 360}{144}$ = ١٤٤ سم

---

(٣) أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{3}$ دائرة ثم احسب طوله إذا كان نق = ٢٧ سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

الحل

قياس القوس = $\frac{1}{3} \times 360° = 120°$

طول القوس = $\frac{1}{3} \times 2\pi نق$

$= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= \frac{44}{3}$ سم

نتائج هامة جداً

نتيجة (١)

فى الدائرة الواحدة (أو الدوائر التى واحدة بمحيطات على حدة)

الأقواس المتساوية فى القياس تكون متساوية فى الطول والعكس صحيح.

نتيجة (٢)

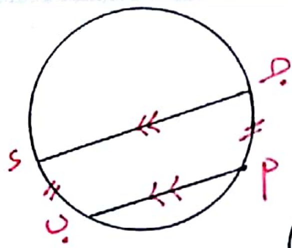
الأقواس المتساوية فى القياس تكون أوتارها متساوية فى الطول.

نتيجة (٣)

الأوتار المتوازية فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس

نتيجة (٤)

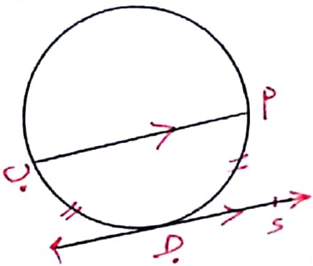
القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس



نتيجة (٣)

إذا كان $\overline{أب} // \overline{جد}$

فإن ق$(\widehat{أجـ})$ = ق$(\widehat{بد})$

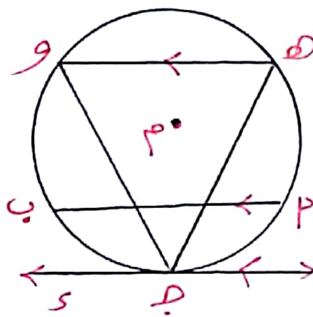


نتيجة (٤)

إذا كان $\overline{أب} // \overleftrightarrow{جد}$

فإن ق$(\widehat{أجـ})$ = ق$(\widehat{بجـ})$

مثال (٤)



$\overline{أب} // \overline{هـو} // \overleftrightarrow{جد}$

اثبت أن

جـهـ = جـو

الحل

∵ $\overline{هـو} // \overline{أب}$

∴ ق$(\widehat{أهـ})$ = ق$(\widehat{وب})$ ← ①

، ∵ $\overline{أب} // \overleftrightarrow{جد}$

∴ ق$(\widehat{أجـ})$ = ق$(\widehat{بجـ})$ ← ②

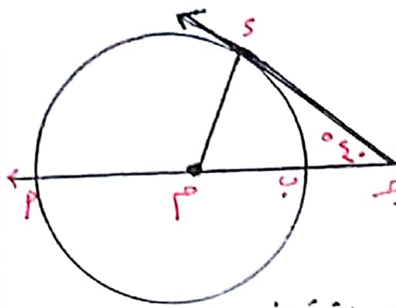
بجمع ① ، ②

∴ ق$(\widehat{هـأجـ})$ = ق$(\widehat{وبجـ})$

∴ جـهـ = جـو #

مثال (٥)

أوجد ق(⌒د ب)



الحل

∵ جـ د مماس للدائرة عند د

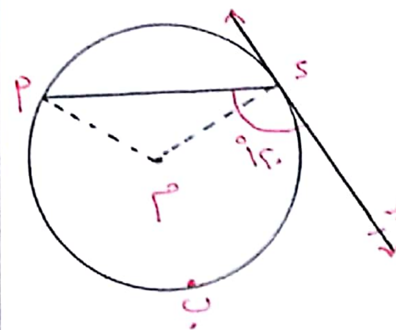
∴ جـ د ⊥ م د ∴ ق(∠جـ د م) = ٩٠°

∴ ق(∠جـ م د) = ١٨٠° − (٤٠° + ٩٠°) = ٥٠°

∴ ق(⌒د ب) = ٥٠°

مثال (٦)

أوجد ق(⌒أ ب د)



الحل

∵ د جـ مماس للدائرة م عند د

∴ ق(∠م د جـ) = ٩٠°

، ∵ ق(∠أ د جـ) = ١٢٠°

∴ ق(∠أ د م) = ١٢٠° − ٩٠° = ٣٠°

وكذلك ق(∠أ) = ٣٠°

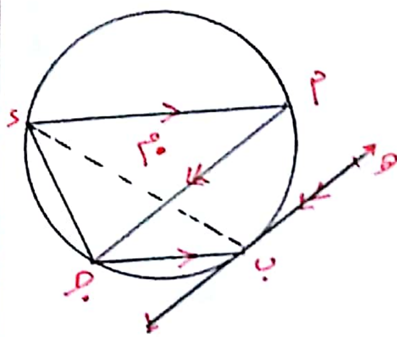
لأن △ م د أ متساوي الساقين.

∴ ق(∠د م أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠°

∴ ق(∠أ م د) المنعكسة = ٢٤٠°

∴ ق(⌒د ب أ) = ٢٤٠°

مثال (٧)



هـ ب مماس للدائرة

أ جـ // هـ ب

، ب جـ // أ د

اثبت أن △ ب جـ د متساوي الساقين

الحل

∵ ب جـ // أ د

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒جـ د) ← (١)

، ∵ أ جـ // هـ ب

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒ب جـ) ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(⌒جـ د) = ق(⌒ب جـ)

∴ ب جـ = جـ د

∴ المثلث ب جـ د متساوي الساقين



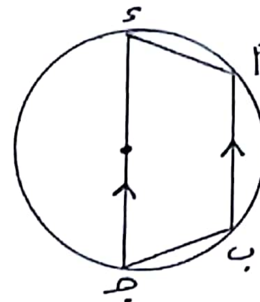


(١) أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{4}$ الدائرة . ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

---

(٢) $\overline{أب} // \overline{جـ د}$

اثبت أن جـ أ = ب د

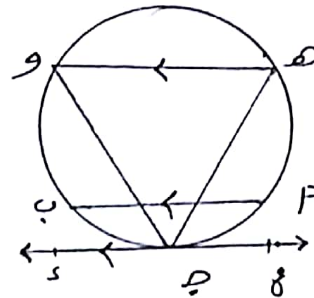


---

(٣) $\overleftrightarrow{أب} // \overline{هـ و} // \overline{ل د}$

اثبت أن

جـ هـ = جـ و



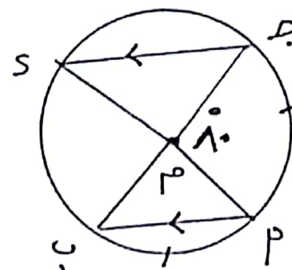
---

(٤) دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

$\overline{أب} // \overline{جـ د}$

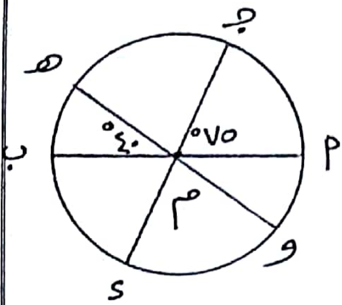
أوجد

ق (∠أ م ب)   ق ($\overset{\frown}{جـ د}$)   طول $\overset{\frown}{جـ د}$



(٥) $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{هـ و}$ أقطار للدائرة م

أكمل



أ) ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) =

ب) ق ($\overset{\frown}{أ جـ هـ}$) =

جـ) ق ($\overset{\frown}{أ جـ د}$) =

د) ق ($\overset{\frown}{أ و هـ}$) =

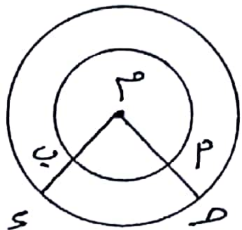
---

(٦) نق₁ = ٣ سم

نق₂ = ٥ سم

أكمل

$$\frac{\text{ق }(\overset{\frown}{أ ب})}{\text{ق }(\overset{\frown}{جـ د})} =$$



---

(٧) قوس طوله $\frac{1}{4}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ----

---

(٨) طول القوس من دائرة الذى يمثل $\frac{1}{4}$ محيط الدائرة

الوحدة الثانية

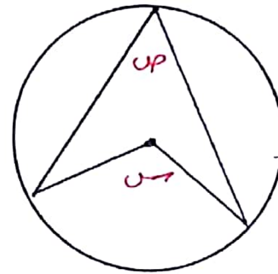
الدرس الثانى : العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس

الزاوية المحيطية

هي الزاوية التي رأسها على الدائرة وكل ضلع من ضلعيها وتر في الدائرة.

نظرية (1)

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.



الشرح

$ص = \frac{1}{2} س$

$ص = 100^\circ$ يكون $س = 200^\circ$

$ص = 50^\circ$ $س = 100^\circ$

لو $ص = 30^\circ$ $س = 60^\circ$

لو $س = 80^\circ$ ∴ $ص = 40^\circ$ وهكذا

نتيجة (1)

قياس الزاوية المركزية = ضعف قياس المحيطية المشتركة معها في نفس القوس

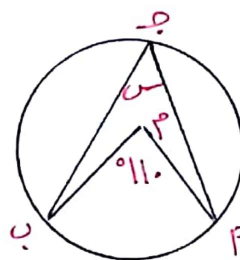
فاكر إن قياس المركزية = قياس القوس

نتيجة (2)

قياس القوس = ضعف قياس الزاوية المحيطية المرسومة عليه

مثال (1)

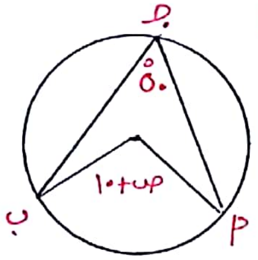
(1)



س = ...

$\frac{110}{2} = 55^\circ$

(2)

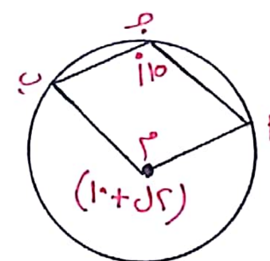


ص = . . .

$ص + 10 = 100$

$ص = 100 - 10 = 90^\circ$

(3)



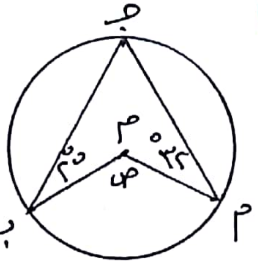
$2ل + 10 = 2 \times 115$

$2ل = 230 - 10$

$2ل = 220$

∴ $ل = 110$

(4)

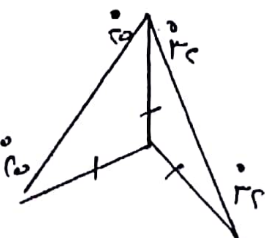


ص = ...

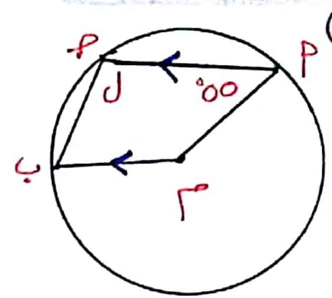
الحل

$جـ = 32^\circ + 25^\circ = 57^\circ$

∴ $ص = 114^\circ$



⑤



ل = ----

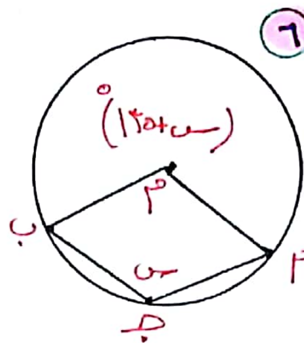
∵ أهـ // م ب

∴ ق(∠م) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥°

∴ ق(∠أ م ب) المنعكسة = ٢٣٥°

∴ ل = $\frac{٢٣٥}{٢}$ = ١١٧,٥°

⑥



س = ----

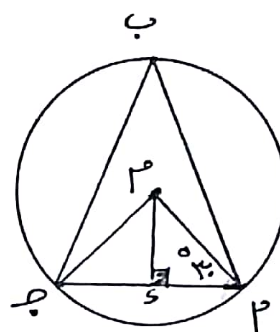
∵ ٢س = س + ١٣٥

٢س − س = ١٣٥

∴ س = ١٣٥

مثال (٢)

فى الشكل دة .



أوجد

ق(∠أ ب جـ)

ثم اثبت أن ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ م د)

الحل

∵ م أ = م جـ = نق

∴ △ م أ جـ متساوى الساقين .

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠م جـ أ) = ٣٠°

∴ ق(∠أ م جـ) = ١٨٠ − (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∵ ق(∠ب) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠أ م جـ)

∴ ق(∠ب) = ٦٠° ← ①

فى △ أ م د

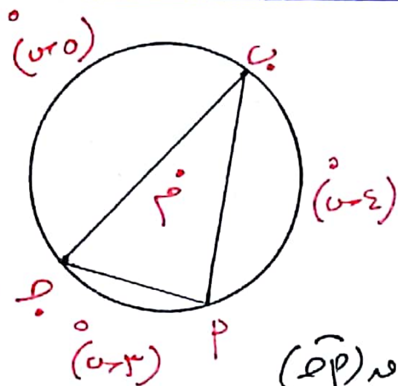
ق(∠أ م د) = ١٨٠ − (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°
② ←

من ① ، ②

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ م د)

مثال (٣)

فى الشكل دة



ق($\overset{\frown}{أب}$) : ق($\overset{\frown}{بجـ}$) : ق($\overset{\frown}{أجـ}$)
= ٤ : ٥ : ٣

أوجد ق(∠أ م ب)

الحل

نفرض أن ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٤س

ق($\overset{\frown}{بجـ}$) = ٥س

ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ٣س

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ٤س + ٥س + ٣س = ١٢س

∴ ١٢س = ٣٦٠°

س = $\frac{٣٦٠}{١٢}$ = ٣٠°

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٤س = ٤ × ٣٠° = ١٢٠°

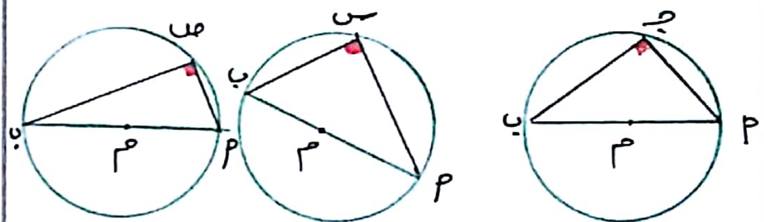
∴ ق(∠أ م ب) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

مهمة جداً

نتيجة (٢)

الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة

يعني أيه في نصف دائرة
يعني مرسومة على قطر
زي الأشكال دي

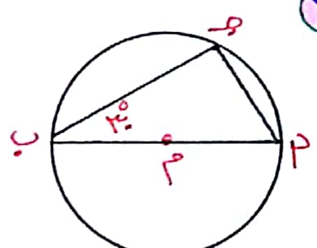


ملاحظات

١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من نصف دائرة تكون حادة

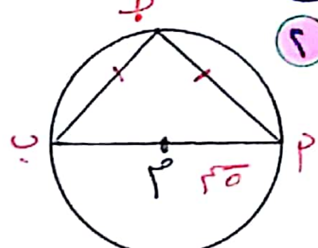
٢) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر من نصف دائرة تكون منفرجة.

مثال (٤) في كل من الأشكال التالية أكمل



ق($\hat{أ}$) = ...°

= ١٨٠ − (٣٠ + ٩٠) = ٦٠°



طول أ جـ = ...

مثلث قائم متساوي الساقين

١٠

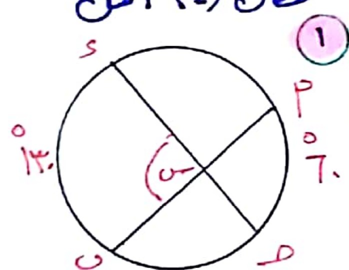
قطر الدائرة هو وتر Δ أ ب جـ

∴ طول الضلع = $\frac{\text{الوتر}}{\sqrt{2}}$ = $\frac{10}{\sqrt{2}}$ = ٥$\sqrt{2}$ سم

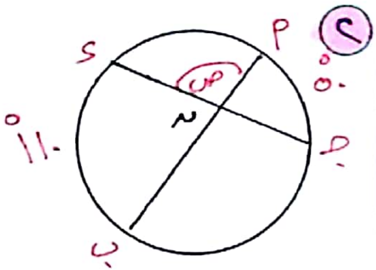
تمهيد قشطه

إذا تقاطع وتران في نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف مجموع قياسي القوسين المتقابلين لهما.

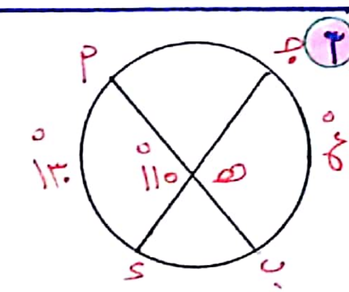
مثال (٤) أكمل



س = $\frac{1}{2}$ [٦٠° + ١٣٠°]
= $\frac{1}{2}$ × ١٩٠
= ٩٥°



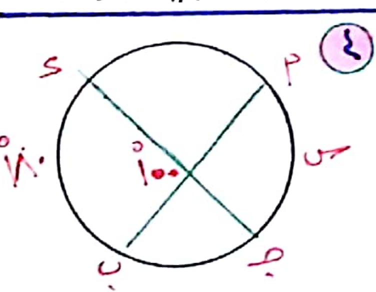
ص = ١٨٠ − ق(أ هـ جـ)
ق(أ هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ (٥٠° + ١١٠°)
= ٨٠°
∴ ص = ١٨٠ − ٨٠ = ١٠٠°



أوجد ع

الحل

$\frac{1}{2}$ (ع + ١٣٠) = ١١٠°
ع + ١٣٠ = ٢٣٠
∴ ع = ٢٣٠ − ١٣٠ = ١٠٠°



× ②

تمرين مشهور (٢)

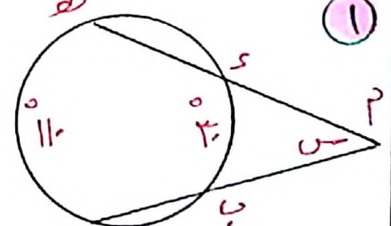
إذا تقاطع شعاعان حاملان لوترين في دائرة خارجها فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف قياس القوس الأكبر مطروحاً منه نصف قياس الأصغر اللذين يحصرهما ضلعا هذه الزاوية.

بإختصار كده ومن غير لف

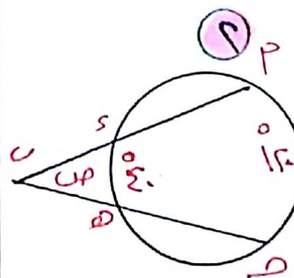
إذا كان التقاطع داخل الدائرة
= $\frac{1}{2}$ [مجموع القوسين]

إذا كان التقاطع خارج الدائرة
= $\frac{1}{2}$ [القوس الأكبر - الأصغر]

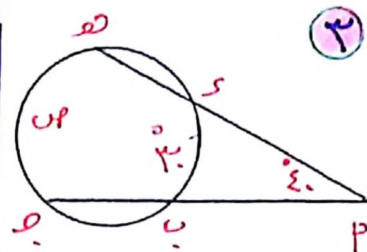
مثال (٥) أكمل



س = $\frac{1}{2}$ [١١٠ - ٣٠°]
= $\frac{1}{2}$ × ٨٠°
= ٤٠°



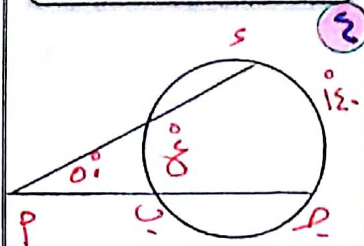
(ص) = ---°



أوجد قيمة ص

الحل

٤٠ = $\frac{1}{2}$ [ص - ٣٠°]
بالضرب × ٢
٨٠ = ص - ٣٠
ص = ٨٠ + ٣٠
ص = ١١٠°



أوجد قيمة ع

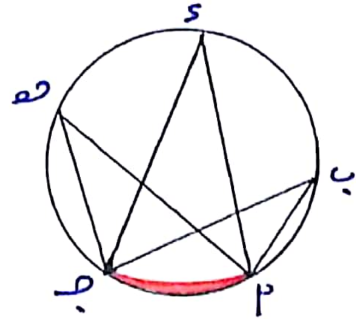
الحل

٥٠ = $\frac{1}{2}$ (١٤٠ - ع)
× ٢
١٤٠ - ع = ١٠٠
ع = ١٤٠ - ١٠٠
∴ ع = ٤٠°



نظرية (٢)

الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة الواحدة تكون متساوية في القياس

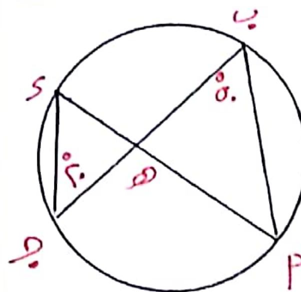


ق (أ ب جـ) = ق (أ د̂ جـ) = ق (أ هـ̂ جـ)
لأنهم زوايا محيطية مرسومة على (أ جـ)

نتيجة

الزوايا المحيطية المرسومة على أقواس متساوية في القياس تكون متساوية في القياس.

مثال أكمل



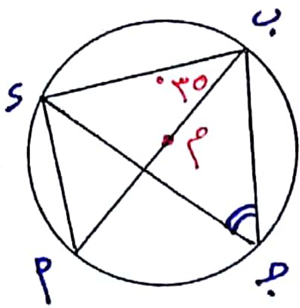
ق (أ̂) =

ق (د̂) =

ق (أ هـ̂ د) =

مثال (٦)

في الشكل د.ه
أوجد بالبرهان
ق (ب أ̂ د)



الحل

∵ أ جـ قطر في الدائرة م

∴ ق (ب د̂ أ) = ٩٠° (محيطية مرسومة في نصف دائرة)

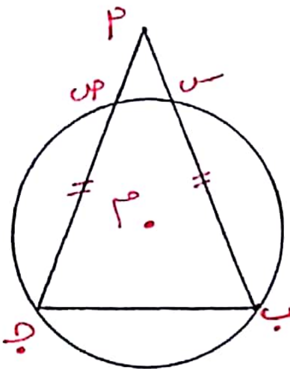
∴ ق (أ̂) = ١٨٠° - (٩٠° + ٣٥°) = ٥٥°

، ∴ ق (ب هـ̂ د) = ٥٥° (محيطيتان مرسومتان على نفس القوس)

عكس النتيجة

الزوايا المحيطية المتساوية في القياس تحصر أقواساً متساوية في القياس

مثال (٧)



اثبت أن
△ أ ب جـ متساوي الساقين.

الحل

∵ ب س = ص جـ

∴ ق (ب س) = ق (ص جـ)

وبإضافة ق(س ص) للطرفين

∴ ق(ب س) + ق(س ص) = ق(جـ ص) + ق(س ص)

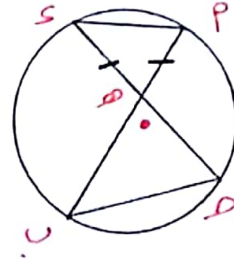
∴ ق(ب س ص) = ق(جـ ص س)

∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

∴ أب = أجـ

∴ △ أب جـ متساوي الساقين #

مثال (٨)



إذا كان

أهـ = هـ د

اثبت أن

هـ ب = هـ جـ

الحل

في △ أهـ د

∵ هـ أ = هـ د

∴ ق(أ̂) = ق(د̂) ← ①

، ∵ ق(ب̂) = ق(د̂)

، ق(جـ̂) = ق(أ̂) ← ②

محيطيتان مرسومتان على نفس القوس

من ①، ②

∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

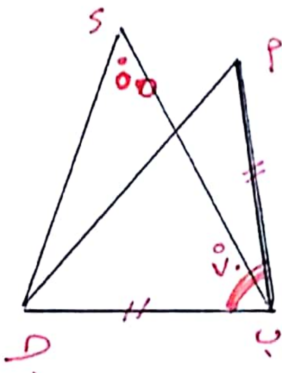
∴ هـ ب = هـ جـ #

عكس نظرية (٢)

إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة، وفي جهة واحدة منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها.

وهو موضوع الدرس الجاي

مثال (٩)



أب = ب جـ

ق(ب̂) = ٧٠°

اثبت أن

أ، ب، جـ، د تقع على دائرة واحدة.

الحل

في △ أب جـ

∵ أب = ب جـ ، ق(ب̂) = ٧٠°

∴ ق(أ̂) = ق(جـ̂) = $\frac{180 - 70}{2} = \frac{110}{2}$

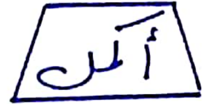
= ٥٥°

∵ ق(ب أ جـ) = ق(ب د جـ) = ٥٥°

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة ب جـ وفي جهة واحدة منها.

∴ النقط أ، ب، جـ، د تقع على دائرة واحدة.





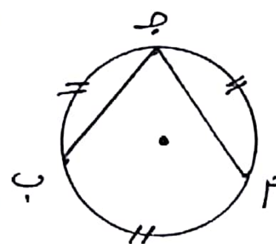
١) قياس الزاوية المحيطية = ---- المركزية.
= ---- القوس المقابل لها.

٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ----

٣) Δ أ ب جـ متساوي الأضلاع
ق (ب م جـ) = ----
ق (أ ب م) = ----

٤) أب قطر
ق (جـ) = ----
ق (ب) = ----

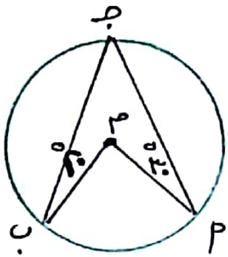
٥) ق (أ جـ) =
ق (ب أ جـ) =



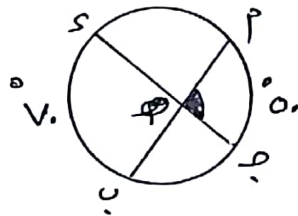
٦) ق (جـ) = ----



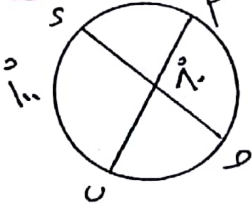
٧) ق (أ م ب) = ----
ق (أ ب) = ----



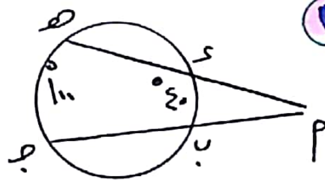
٨) ق (أ هـ جـ) = ----



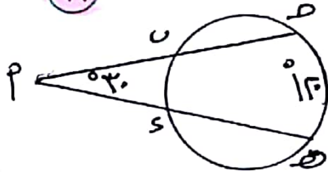
٩) ق (أ جـ) = ----



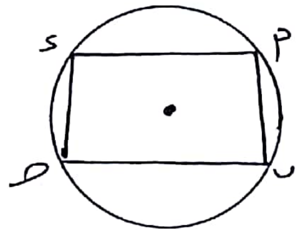
١٠) ق (أ) = ----



١١) ق (ب د) = ----



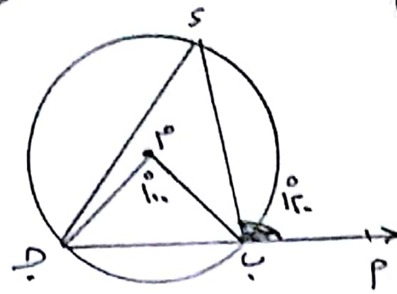
١٢) أ ب جـ د مستطيل
إذا كان أ ب = ½ أ د
فإن ق (أ د) = ----



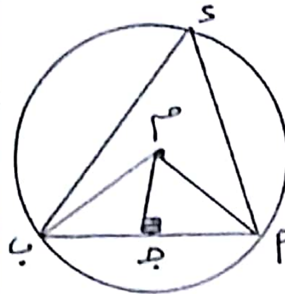
١٣) الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

١٤) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه ----

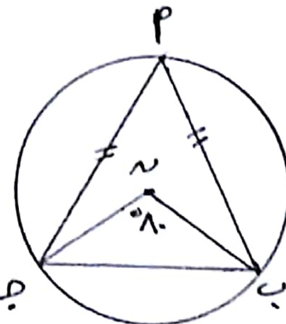
(١٥) أوجد
ق (∠ د جـ م)



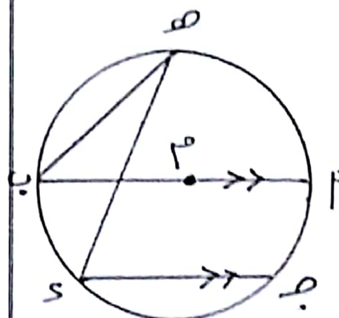
(١٦) اثبت أن
ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ د ب)



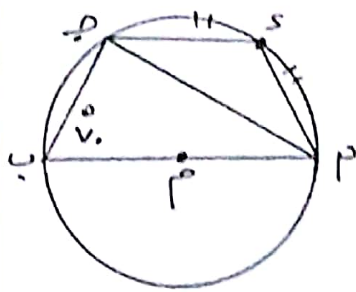
(١٧) أوجد
* ق (∠ أ ب جـ)
* ق (ب جـ) الأكبر.



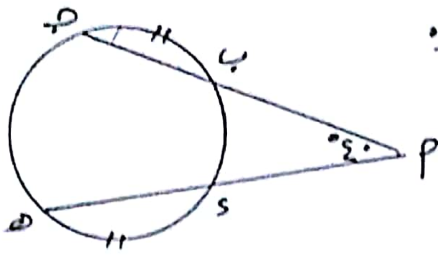
(١٨) أ ب قطر في الدائرة
ق (هـ د) = ٨٠°
أوجد ق (∠ هـ)



(١٩) أوجد
* ق (∠ هـ أ ب)
* ق (∠ د جـ م)

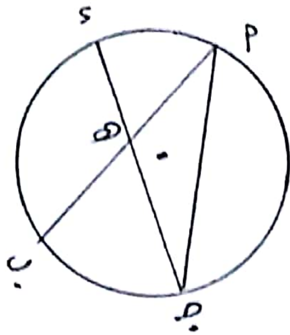


(٢٠) ق (ب د) = ٦٠°

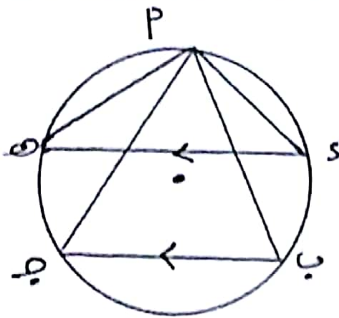


أوجد
* ق (ب جـ)
* ق (هـ د) الأكبر

(٢١) أ ب ، جـ د
وتران متقاطعان في الدائرة.
أثبت أن
△ أ جـ هـ متساوي الساقين



(٢٢) د هـ // ب جـ
* اثبت أن
ق (∠ د أ جـ) = ق (∠ ب أ هـ)



الوحدة الثانية

الدرس الثالث : الشكل الرباعى الدائرى وخواصه

الشكل الرباعى الدائرى

هو شكل تنتمى رءوسه الأربعة لدائرة واحدة.

س/ متى يكون الشكل رباعى دائرى

① اذا وجدت نقطة فى المستوى على أبعاد متساوية من جميع رؤوسه.

② إذا وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها متساويتان فى القياس

③ إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان (مجموع قياسهما ١٨٠°)

④ إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوسه تساوى الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس.

مهم جداً جداً خالص

الاشكال دى كل منها رباعى دائرى

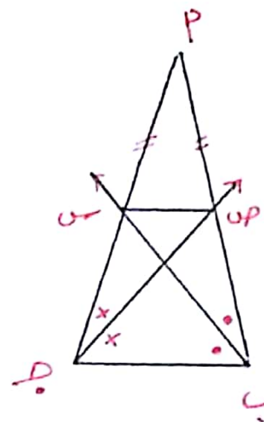
المربع - المستطيل - شبه المنحرف المتساوى الساقين

الاشكال دى ليست رباعية دائرية

المعين - متوازى الأضلاع - شبه المنحرف غير متساوى الساقين.

ملحوظة
اذا كان الشكل رباعى دائرى فإن هذه الحالات تصبح خواص تستخدم فى حل المسائل. (من المعطيات)

مثال (١)



$\overrightarrow{جـص}$ ينصف ($\hat{جـ}$)

، $\overrightarrow{بس}$ ينصف ($\hat{ب}$)

، أب = أجـ

اثبت أن

(١) ب جـ س ص رباعي دائري

(٢) $\overline{صس}$ // $\overline{بجـ}$

الحل

في △ أب جـ

∵ أب = أجـ

∴ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) ← (١)

∵ $\overrightarrow{بس}$ ينصف ($\hat{ب}$)

، $\overrightarrow{جـص}$ ينصف ($\hat{جـ}$)

∴ ق($\hat{صبس}$) = $\frac{1}{2}$ ق($\hat{ب}$)

، ق($\hat{صجـس}$) = $\frac{1}{2}$ ق($\hat{جـ}$) ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق($\hat{صبس}$) = ق($\hat{صجـس}$)

وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة $\overline{صس}$ وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل ص ب جـ س رباعي دائري

أولاً #

∵ الشكل ب جـ س ص رباعي دائري

∴ ق($\hat{سصجـ}$) = ق($\hat{سبجـ}$)

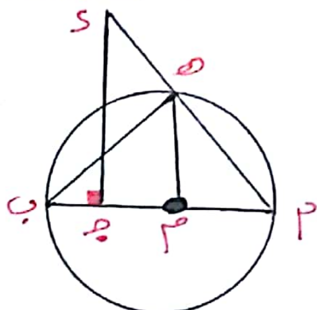
∵ ق($\hat{سبجـ}$) = ق($\hat{صجـب}$)

∴ ق($\hat{سصجـ}$) = ق($\hat{صجـب}$)

وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{صس}$ // $\overline{بجـ}$ # ثانياً.

مثال (٢)



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

$\overline{أهـ}$ وتر فيها

اثبت أن

(١) د هـ جـ ب رباعي دائري

(٢) ق($\hat{أمهـ}$) = ٢ ق($\hat{د}$)

الحل

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

∴ ق($\hat{أهـب}$) = ٩٠° (محيطية في نصف دائرة)

∴ ق($\hat{دهـب}$) = ٩٠° = ق($\hat{دجـب}$)

وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة $\overline{بد}$ وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل د هـ جـ ب رباعي دائري

#.

ثانياً

∵ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{د}$) ← (١)

∵ ق($\hat{أمهـ}$) = ٢ ق($\hat{ب}$) ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق($\hat{أمهـ}$) = ٢ ق($\hat{د}$)

مثال (٣)

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

$\overleftrightarrow{جـ أ}$ مماس للدائرة عند أ

، هـ منتصف $\overline{ءب}$ ، ق(∠جـ) = ٥٠°

١) اثبت أن أ م هـ جـ رباعي دائري

٢) أوجد ق(∠أ م هـ)

الحل

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة عند أ

∴ $\overline{أجـ} \perp \overline{أب}$

∴ ق(∠أ) = ٩٠°

، ∵ هـ منتصف $\overline{ءب}$

∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{ءب}$ ∴ ق(∠م هـ جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠أ) + ق(∠م هـ جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

زاويتان متقابلتان متكاملتان

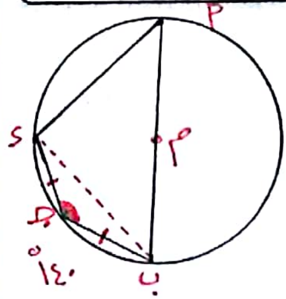
∴ الشكل أ م هـ جـ رباعي دائري

#

، ∵ الشكل أ م هـ جـ رباعي دائري

∴ ق(∠أ م هـ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠أ م هـ) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°



مثال (٤)

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

، ب جـ = جـ ء

ق(∠ب جـ ء) = ١٤٠°

أوجد

١) ق(∠أ)

٢) ق(∠أ ء جـ)

الحل

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠°

، ∵ $\overline{أب}$ قطر

∴ ق(∠أ ء ب) = ٩٠°

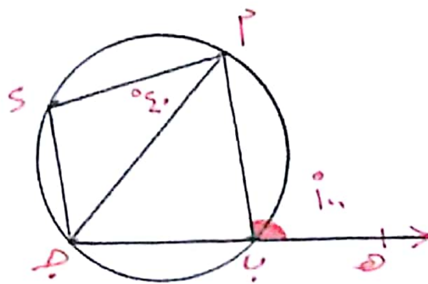
، ∵ ب جـ = جـ ء

∴ ق(∠ب ء جـ) = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠°

∴ ق(∠أ ء جـ) = ٩٠° + ٢٠° = ١١٠°

في الجنة هناك بيوتا
تبنى بالذكر
فاذكروا الله كثيراً ♡.

مثال (٥)



اثبت أن
ق($\overset{\frown}{هـ د}$) = ق($\overset{\frown}{أ د}$)

الحل

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠أ ب هـ) = ق(∠د) = ١٠٠°

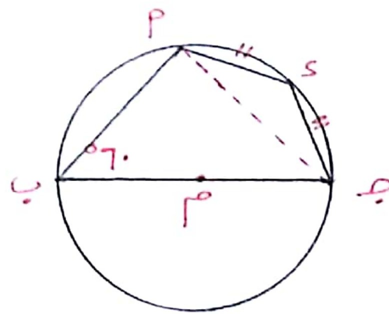
في △ أ هـ د

∴ ق(∠أ هـ د) = ١٨٠° − (٤٠° + ١٠٠°) = ٤٠°

∵ ق(∠هـ أ د) = ق(∠د جـ أ)

ق($\overset{\frown}{أ د}$) = ق($\overset{\frown}{هـ د}$) #

مثال (٦)



$\overline{جـ ب}$ قطر فى الدائرة م

طول($\overline{هـ د}$) = طول($\overline{جـ د}$)

اثبت أن $\overrightarrow{هـ م}$ ينصف ق(∠ب هـ د)

الحل

∵ الشكل د هـ ب أ رباعي دائري

∴ ق(∠د) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

في △ د هـ أ ∴ د هـ = د أ

لأنه الاقواس التي اوترها متساوية

∴ ق(∠د جـ أ) = $\frac{١٨٠ - ١٢٠}{٢}$ = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠° ← ①

في △ أ ب جـ

∵ $\overline{ب جـ}$ قطر ∴ ق(∠ب أ جـ) = ٩٠°

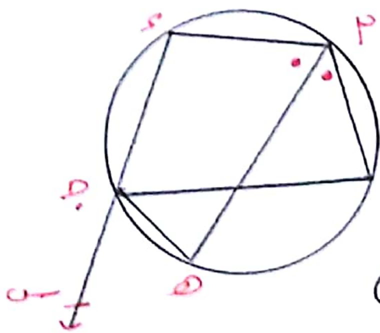
∴ ق(∠أ هـ ب) = ١٨٠° − (٩٠ + ٦٠) = ٣٠° ← ②

من ①، ②

∴ ق(∠د جـ أ) = ق(∠ب هـ أ)

∴ $\overrightarrow{هـ م}$ ينصف (∠د هـ ب) #

مثال (٧)



اثبت أن
$\overrightarrow{د هـ}$ ينصف (∠ب جـ س)

الحل

∵ أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠ب جـ س) = ق(∠ب أ د) ← ①

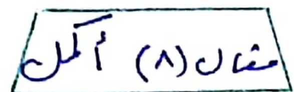
، ∵ ق(∠ب جـ هـ) = ق(∠ب أ هـ)
محيطيتان مرسومتان على نفس القوس

، ∵ ق(∠ب أ هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ب أ د) ← ②

∴ من ①، ②

∴ ق(∠ب جـ هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ب جـ س)

∴ $\overrightarrow{د هـ}$ ينصف (∠ب جـ س) #



(١) ق(∠ أ د ج) = ----

(م، ١٤٠°، أ، ب، ج، د)

الحل

ق(∠ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٤٠° = ٧٠°

∵ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

∴ ق(∠د) + ق(∠ب) = ١٨٠°

∴ ق(∠د) = ١٨٠ − ٧٠ = ١١٠°

---

(٢)



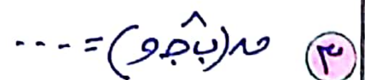
(د، ١٢٠°، أ، ب، ج)

الحل

١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠° متقابلتان متكاملتان

---

(٣)



(أ، ٨٠°، ب، ج، د، و)

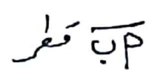
زاوية خارجة

زاوية مشوار = الداخلة المقابلة

للرأس ج = ٨٠°

---

(٤)



ق(∠ج) = ----

(د، ج، ٢٥°، ب، م، أ)

الحل

∵ أب قطر

∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥°

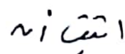
∴ ق(∠ج) = ١٨٠° − ٦٥° = ١١٥°

متقابلتان متكاملتان

---

(٥)

(أ، ب، ج، د، ٣٠°، ٦٠°)



أ ب ج د رباعي دائري

ليست الأمراض في الأجساد فقط
بل في الأخلاق ، فإذا رأيت سيء
الخلق ؛ فادع له بالشفاء
واحمد الله الذي عافاك مما ابتلاه

الواجب

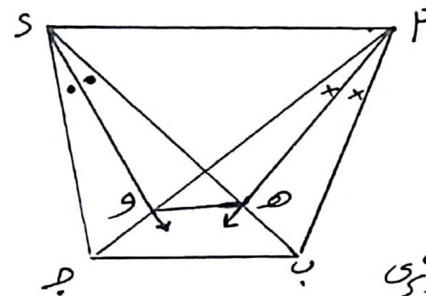
(١) أ ب جـ د مربع، $\overrightarrow{أس}$ ينصف (ب أ̂ جـ) ويقطع $\overline{ب جـ}$ في س ، $\overrightarrow{د ص}$ ينصف (جـ د̂ ب) ويقطع $\overline{أ جـ}$ في ص.

اثبت أن أ س ص د رباعي دائري .

ق(أ̂ ص س) = ٤٥°

---

(٢)



أ ب جـ د رباعي دائري

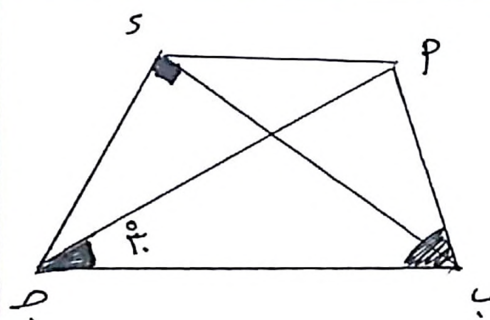
اثبت أن

أ هـ و د رباعي دائري

$\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$

---

(٣)



ق(ب̂) = ٦٠°

ق(أ جـ̂ د) = ٣٠°

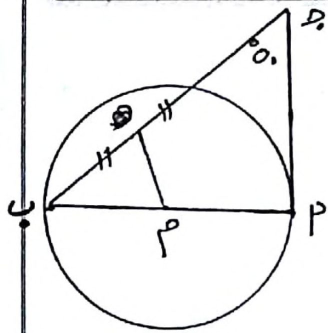
اثبت أن

أ ب جـ د رباعي دائري .

أوجد ق(ب د̂ أ)

---

(٤)



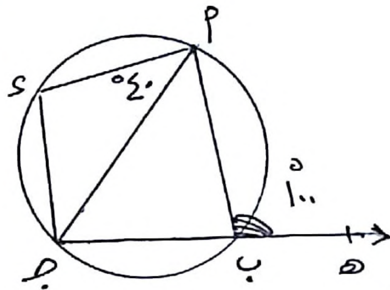
اثبت أن

أ م هـ جـ رباعي دائري

ثم أوجد ق(أ م̂ هـ)

---

(٥)

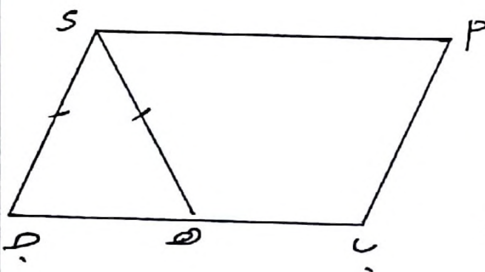


اثبت أن

ق($\overset{\frown}{جـ د}$) = ق($\overset{\frown}{أ د}$)

---

(٦)



أ ب جـ د متوازي أضلاع ، د هـ = د جـ

اثبت أن

أ ب هـ د شكل رباعي دائري

$\overleftrightarrow{أ د}$ مماس للدائرة المارة بـ د ، هـ ، جـ

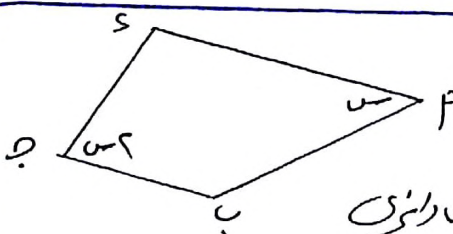
← بعد الدرس الجاي

---

(٧) إذا كان أ ب جـ د رباعي دائري وكان ق(أ̂) = ٦٠° فإن ق(جـ̂) = ---

---

(٨)



س = --- °

حتى يكون أ ب جـ د رباعي دائري

الوحدة الثانية

الدرس الرابع : العلاقة بين مماسات الدائرة والزاوية المماسية

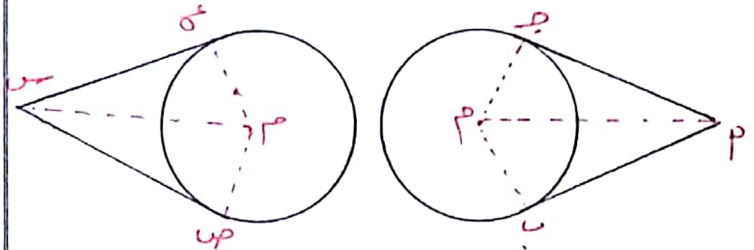
ملاحظات

(١) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة متوازيان .

(٢) المماسان المرسومان من نهايتي وتر في الدائرة متقاطعان

نظرية (٤)

القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان في الطول .



س ص = س ع

أ ب = أ جـ

الإثبات من خلال تطابق

△ أ ب م ، أ جـ م

لأن ق (∠ب) = ق (∠جـ) قائمة

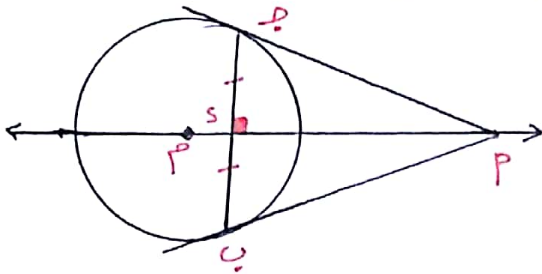
، ب م = م جـ   أنصاف أقطار

أ م ضلع مشترك .

∴ أ ب = أ جـ

نتيجة (١)

المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محوراً لوتر التماس لهذين المماسين .

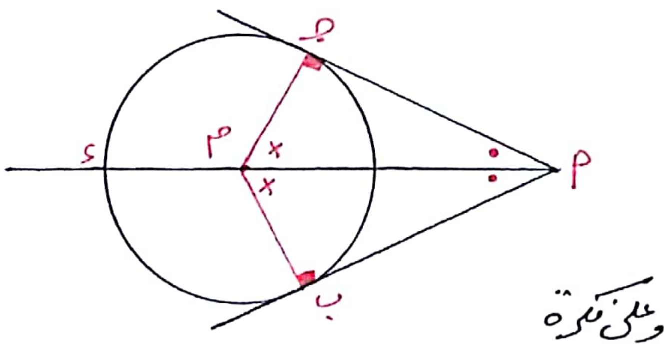


$\overleftrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ وينصفه

∴ $\overleftrightarrow{مء}$ محور لوتر التماس $\overline{بجـ}$

نتيجة (٢)

المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين كما ينصف الزاوية بين نصفي القطرين المارين بنقطتي التماس .



وعلى فكرة الشكل أ ب م جـ رباعي دائري اثبت ذلك ؟

مثال (١)

أوجد طول ب جـ

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

∴ أب = أجـ

∴ △ أ ب جـ متساوي الساقين

وإحدى زواياه ٦٠°

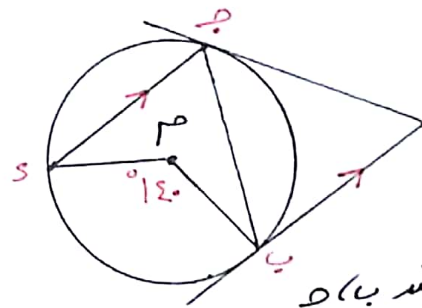
∴ △ أ ب جـ متساوي الأضلاع

∴ ب جـ = ٤ سم

مثال (٢)

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماستان للدائرة عند ب ، جـ

اثبت أن $\overrightarrow{جـب}$ ينصف (∠ أجـد) ثم أوجد ق(∠أ)



الحل

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان

∴ أب = أجـ

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) ← ①

∵ ق(∠ب م د) = ١٤٠°

∴ ق(∠ب جـ د) = ٧٠° (المحيطية = ½ المركزية)

و ∵ $\overline{د جـ}$ // $\overline{أب}$

∴ ق(∠أ ب جـ) = ٧٠° بالتبادل

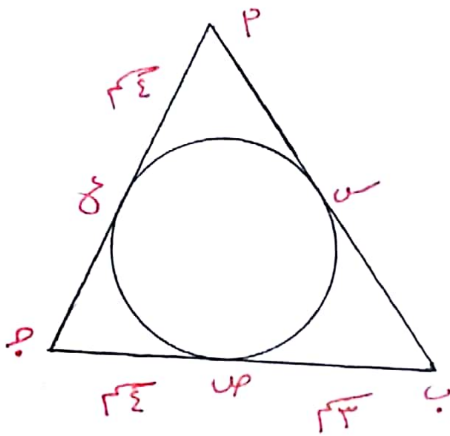
∴ ق(∠أ جـ ب) = ٧٠°

∴ $\overrightarrow{جـب}$ ينصف (∠أ جـ د)

وكذلك ق(∠أ) = ١٨٠ − (٧٠° + ٧٠°)

= ٤٠°

مثال (٣)



أوجد محيط △ أ ب جـ

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أس}$ ، $\overleftrightarrow{أع}$ مماسان من نقطة أ

∴ أس = أع = ٤ سم

و ∵ $\overleftrightarrow{ب س}$ ، $\overleftrightarrow{ب ص}$ مماسان من نقطة ب

∴ ب س = ب ص = ٣ سم

و ∵ $\overleftrightarrow{جـ ص}$ ، $\overleftrightarrow{جـ ع}$ مماسان من نقطة جـ

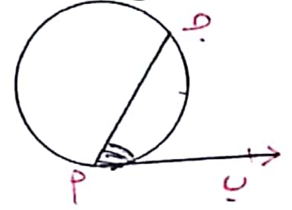
∴ جـ ص = جـ ع = ٤ سم

∴ محيط △ أ ب جـ

= ٤ + ٤ + ٣ + ٣ + ٤ + ٤ = ٢٢ سم

الزاوية المماسية

هى الزاوية المحصورة بين وتر ومماس



ملاحظات



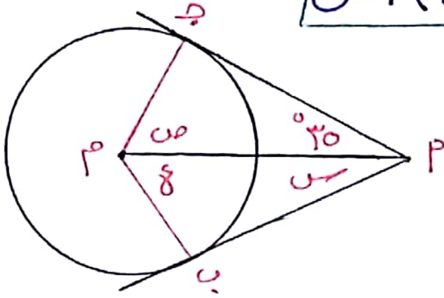
(١) قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس

(٢) قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس المقابل لها

(٣) قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

مثال (٤) أكمل

(١)

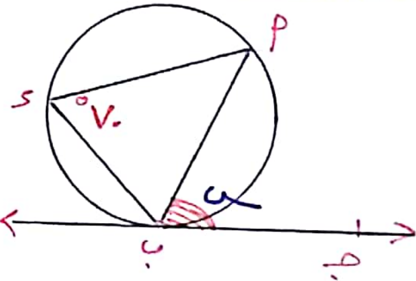


س = ... ٣٥°

ص = ١٨٠ − (٣٥° + ٩٠°) = ٥٥°

ع = ٥٥°

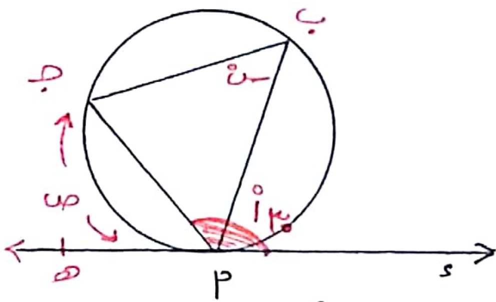
(٢)



س = ... ٧٠°

مماسية = المحيطية المشتركة معها فى القوس

(٣)



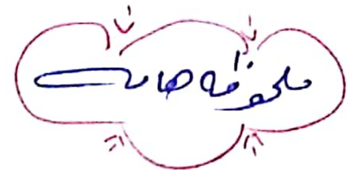
∵ ب أ د = ١٣٠°

∴ ق (هـ أ ب) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

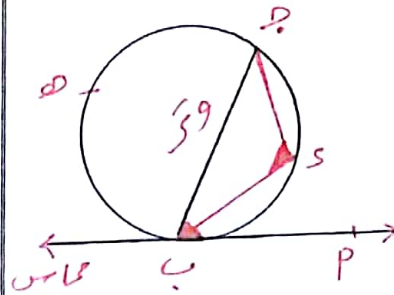
∴ س = ٥٠°

∴ ص = ١٠٠°

لأن قياس القوس = ضعف المحيطية أو ضعف المماسية



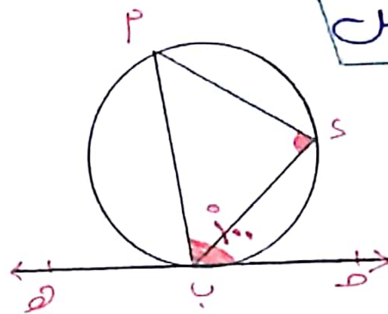
الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية ومن جهة واحدة منها



ق(أب̂جـ) + ق(د̂) = ١٨٠°

مثال (٥) أكمل

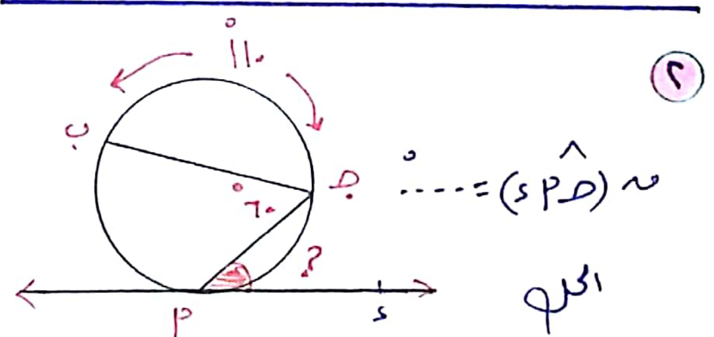
(١) ق(د̂) = ...



١٨٠ - ١٠٠ = ٨٠°

لأن (د̂) تكمل (أب̂جـ)

(٢) ق(هـأ̂د) = ...



الحل

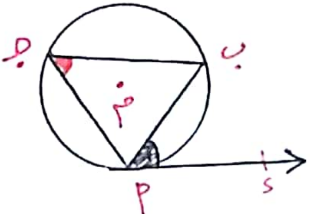
ق(أب) = ١٢٠°

∴ ق(أجـ) = ٣٦٠ - (١٢٠ + ١١٠) = ١٣٠°

∴ ق(هـأ̂د) = ½ × ١٣٠ = ٦٥°

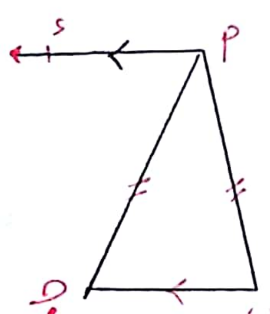
عكس نظرية (٥) مهم

إذا رسم شعاع من أحد طرفي وتر في الدائرة بحيث كانت الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة.



مثال (٦)

(٢) في كل من الأشكال التالية أثبت أن أد↔ مماس للدائرة المارة بالنقط أ، ب، جـ



∵ أب = أجـ

∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂) ← (١)

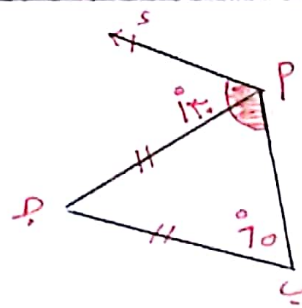
∵ أد // ب‌جـ

∴ ق(دأ̂جـ) = ق(جـ̂) بالتبادل ← (٢)

من (١)، (٢) ∴ ق(ب̂) = ق(دأ̂جـ)

∴ أد↔ مماس للدائرة المارة بالنقط أ، ب، جـ

(٢)



∵ ء ب = ء أ

∴ ق(∠ب) = ق(∠ب أ جـ) = ٦٥° ← (١)

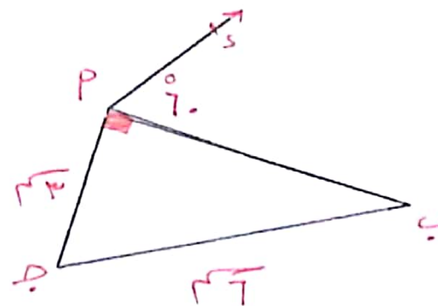
ومنها ق(∠ء أ جـ) = ١٣٠° − ٦٥° = ٦٥° ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠ء أ جـ) = ق(∠ب)

∴ أء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ

(٣)



فى △ أ ب جـ ∵ ق(∠ب أ جـ) = ٩٠°

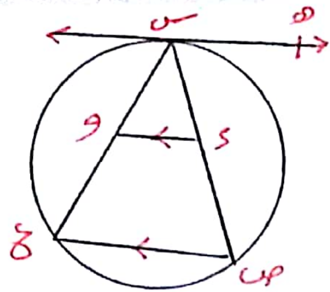
، ∵ أ جـ = ½ ب جـ (نصف الوتر)

∴ ق(∠ب) = ٣٠°

∴ ق(∠جـ) = ٦٠° = ق(∠ء أ ب)

∴ أء مماس للدائرة المارة بـ أ ، ب ، جـ

مثال (٧)



هـس مماس للدائرة عند س

ءو // صع

اثبت أن سهـ مماس للدائرة المارة بالنقط س ، ء ، و

الحل

∵ سهـ مماس للدائرة الكبرى ، سص وتر فيها

∴ ق(∠هـ س ص) = ق(∠س ع ص) ← (١)

، ∵ ءو // صع

∴ ق(∠س و ء) = ق(∠ع) بالتناظر ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠هـ س ص) = ق(∠س و ء)

∴ سهـ مماس للدائرة المارة بالنقط س ، ء ، و



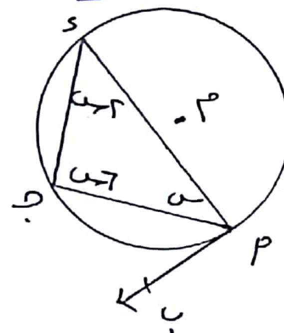
أكمل

(١) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ----

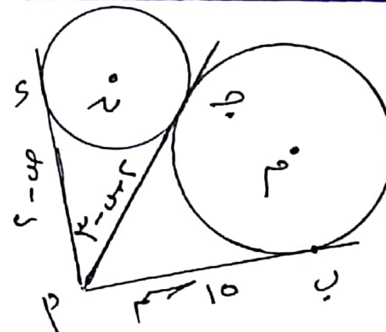
(٢) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ---- في الطول.

(٣) عدد المماسات التي يمكن رسمها من نقطة تقع على دائرة = ----
ومن نقطة خارج الدائرة = ----

(٤) النسبة بين قياس الزاوية المماسية والمحيطية المرسومة على نفس القوس هي ------



(٥) أب مماس للدائرة عند أ
أوجد ق (ب أ جـ)



(٦) أوجد قيمة س ، ص

(٧) أثبت أن
أ د هـ جـ رباعي دائري.
المثلث و هـ جـ متساوي الساقين

(٨) أوجد بالبرهان طول ب ك

(٩) أثبت أن
أ د مماس للدائرة المارة بـ Δ أ ب جـ

(١٠) أب مماس
ق (ب أ جـ) = ١٣٠°
أوجد ق (أ د جـ)

(١١) أثبت أن
Δ أ ب جـ متساوي الأضلاع

ربنا يكتب لكم النجاح والتوفيق في كل حياتكم
أ/ أدهم